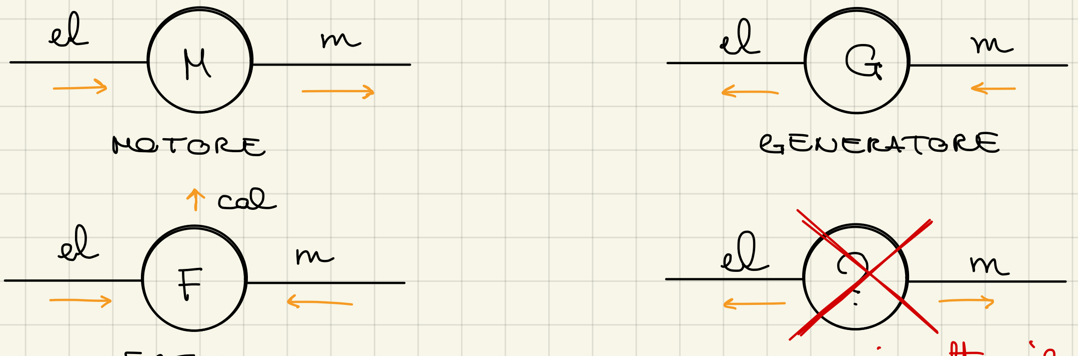
MACCHINE ELETTRICHE

Andrea
Bertazzoni
886586
A.A. 2019/20

Sono macchine elettriche tutte le macchine che convertono una forma di energia in un'altra, dove una delle due è energia elettrica.

- Trasformatori
- Motori
- Generatori
- Freni



non rispetta il principio di conservazione dell'energia

Convenzioni di segni:

- Conv. motore (utilizzatore) (+ energ. entrante, − energia uscente)
- Conv. generatore (+ energ. uscente, − energia entrante)

<< Le macchine elettriche convertono l'energia mediante l'uso di campi magnetici >>

$$H \rightarrow B$$

campo magnetico → induzione magnetica

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$ costante di permeabilità del vuoto

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$

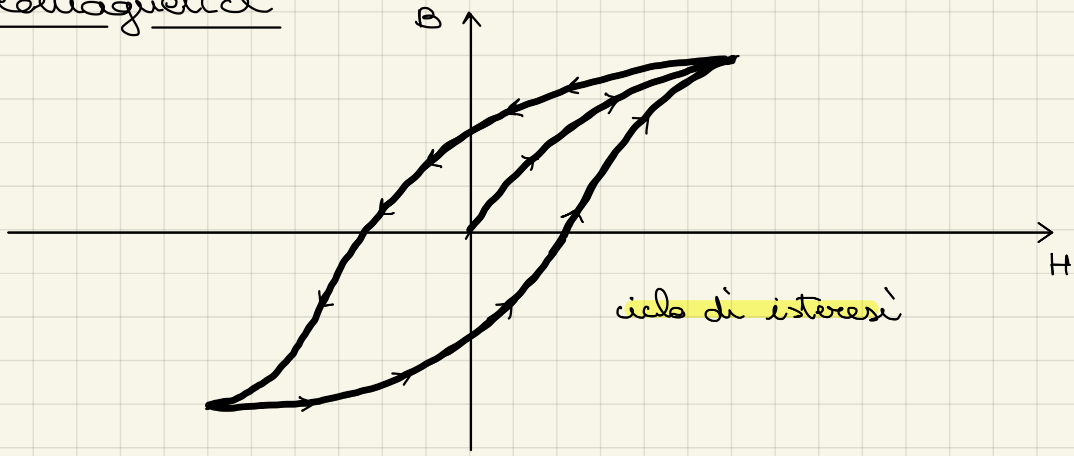
μ_r costante di permeabilità relativa

$\mu_r < 1$ diamagnetico

$\mu_r > 1$ paramagnetico

$\mu_r \gg 1$ ferromagnetico

Ferromagnetici



Legge di Gauss

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \longrightarrow \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

forma integrale — forma puntuale

Legge di Lenz

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\int \vec{B} \cdot d\vec{s}}{dt}$$

Legge di Ampére

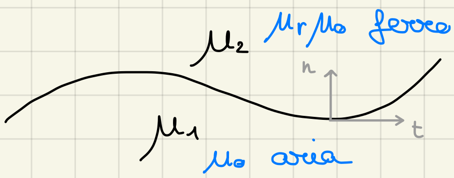
$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_k i_k$$

Forze nelle Macchine

prodotto vettoriale

→ Forze di Lorentz $\vec{F} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B} = i\,\vec{l} \wedge \vec{B}$

→ Pressione sulle superfici di discontinuità



$$\sigma = \frac{1}{2}\,\frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1\mu_2}\left(B_{n1}^2 + B_{t1}^2\,\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)$$

componente normale e tangenziale del campo alla superficie

$$\sigma = \frac{1}{2}\,\frac{\mu_0(\mu_r - 1)}{\mu_0^2\mu_r}\,B_0^2 \simeq \frac{1}{2}\,\frac{B_0^2}{\mu_0}$$

$$H_{t1} = H_{t2}$$
$$B_{n1} = B_{n2}$$

$\vec{B}_{Fe} = \mu_r\mu_0\vec{H}_{Fe}$

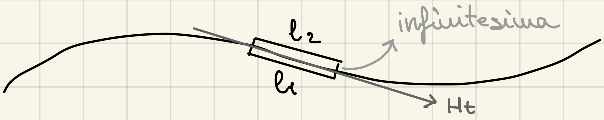
const. — $\sim\infty$ — ~ 0

$\vec{B}_0 = \mu_0\vec{H}_0$

$B_{t1} = \mu_0 H_{t2} = 0$ sempre nei conduttori

$\sqrt{B_{n1}^2 + B_{t1}^2} = B_0$

→ Dimostrazione:

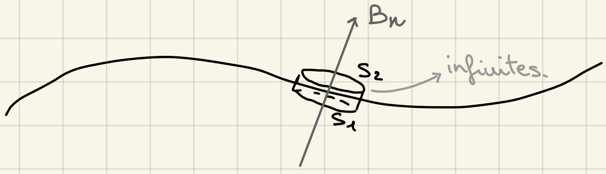


$$\left\{ H_{t_1} = H_{t_2} \right\}$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0 \qquad \left(\sum i = 0 \right)$$

$$H_{t_1} l_1 - H_{t_2} l_2 = 0$$

$$H_{t_1} = H_{t_2}$$



$$\left\{ B_{n_1} = B_{n_2} \right\}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$-B_{n_1} S_1 + B_{n_2} S_2 = 0$$

$$B_{n_1} = B_{n_2}$$

Passaggi di conversione di energia nelle macchine elettriche

$$\begin{tikzcd} i \arrow[r, "\text{Ampere}"] \arrow[drr, bend right] & H \arrow[r, "\text{materiale}"] & B \arrow[r, "\text{Lenz}"] \arrow[d, bend left] & V \\ & & F & \end{tikzcd}$$

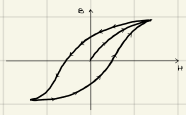
Perdite [W]

→ per effetto Joule $R \cdot i^2$ $\left(R = \rho \frac{l}{S} \right)$ anche dette "perdite nel rame"

→ nel Ferro

costante di proporzionalità

→ per isteresi → $k f B^2$

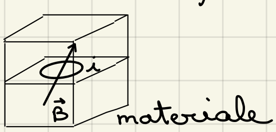


$$[B] \cdot [H] = T \cdot \frac{A}{m} = \frac{Wb}{m^2} \cdot \frac{A}{m} = \frac{V \cdot s \cdot A}{m^3} = \frac{W}{m^3}$$

l'area del ciclo di isteresi indica il lavoro che occorre per far compiere un intero ciclo al materiale

→ correnti parassite (correnti di Foucault)

$k\ e^2 \longrightarrow k\ B^2 f^2$



chiamato così perché le perdite sono dovute agli elettroni che sbattono contro gli atomi del conduttore; in realtà, i conduttori sono spesso fatti in alluminio (+ leggero, + economico, - conduttore) invece che in rame (- leggero, - economico, + conduttore)

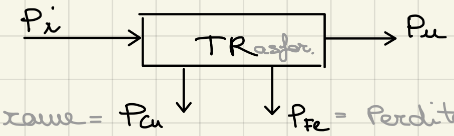
→ per attrito e ventilazione

$$P_{av} = k_1 v + k_2 v^2 + k_3 v^3$$

velocità

Rendimento [mm. puro]

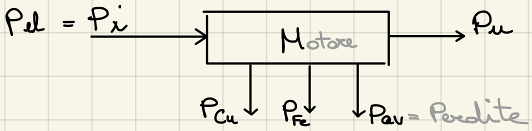
$$\eta = \frac{P_u}{P_i}$$



$$\eta_{TR} = \frac{P_u}{P_u + P_{Cu} + P_{Fe}}$$

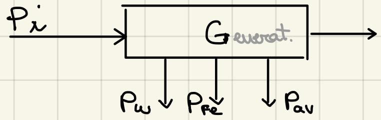
Perdite nel rame = P_{Cu} $\quad$ P_{Fe} = Perdite nel ferro

$[\eta < 1]$ sempre per le macchine elettriche



$$\eta_M = \frac{P_u}{P_u + P_{Cu} + P_{Fe} + P_{av}}$$

P_{av} = Perdite di attrito e ventilazione

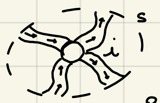


$$\eta_G = \frac{P_{el}}{P_{el} + P_{Cu} + P_{Fe} + P_{av}}$$

Equazioni elettriche

1° Kirchhoff $\quad \int \vec{J} \cdot d\vec{s} = i \qquad \oint \vec{J} \cdot d\vec{s} = \frac{dQ}{dt}$ (= 0 nei casi qui studiati)

$\left[\sum_k i_k = 0\right]$



la somma delle correnti entranti e uscenti da un nodo è = 0

2° Kirchhoff $\left[\sum_k V_k = 0\right]$ la somma delle tensioni lungo una maglia chiusa è = 0

Legge di Ohm $[V = Ri] \longrightarrow \sum_k V_k = \sum_k R_k i_k + \sum_k e_k$

tensioni indotte dalla legge di Lenz

tensione sull'induttanza $\leftarrow V_L = \frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = \frac{d(L \cdot i)}{dt} = L\frac{di}{dt}$

corrente nella capacità $\leftarrow i_C = \frac{dQ}{dt} = \frac{d(C \cdot V)}{dt} = C\frac{dV}{dt}$

Equazioni meccaniche

2° principio della dinamica $\quad \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\vec{a} + \vec{v}\frac{dm}{dt} \quad (F = m \cdot a)$

quantità di moto

$$v = \int_0^t a\,dt + v(0) \qquad s = \int_0^t v\,dt + s(0)$$

coppia

$$M = J\frac{d\omega_r}{dt}$$

motrice resistente

$$M_m - M_r = J\frac{d\omega_r}{dt}$$

carico

$$M_m - M_L = J\frac{d\omega_r}{dt} + k\omega_r$$

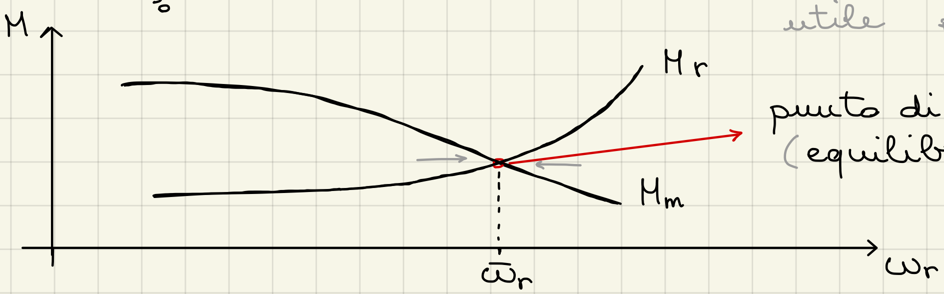
momento d'inerzia

$$\vartheta = \int_0^t \omega_r\,dt + \vartheta(0)$$

$M_r = M_L + k\omega_r$

utile perdite

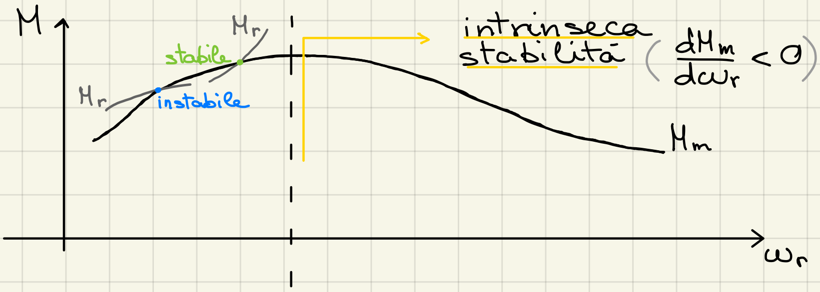
$P_m = M_m \omega_r$ potenza motrice



punto di lavoro (equilibrio stabile)

solitamente > 0

Stabilità: $\dfrac{dM_m}{d\omega_r} < \dfrac{dM_r}{d\omega} \longrightarrow \boxed{\dfrac{dM_m}{d\omega_r} < 0}$



intrinseca stabilità $\left(\dfrac{dM_m}{d\omega_r} < 0\right) \Rightarrow$ la macchina sarà stabile con qualsiasi tipo di carico

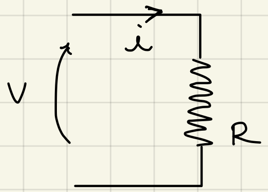
In generale $\left\{\begin{array}{l}\text{la coppia motrice decresce sempre} \\ \text{la coppia resistiva cresce sempre}\end{array}\right\}$ per $\omega_r \to \infty$

Dati di targa delle macchine:

Potenza – Tensione – Corrente – Velocità Nominale

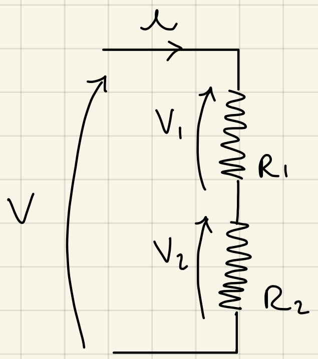
Parametri fisici che la macchina può sopportare per un tempo indefinito senza rompersi.

Resistenza



$V = R \cdot i$

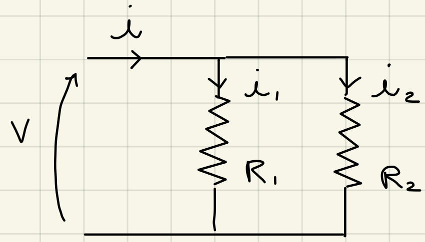
in serie



$V = V_1 + V_2 = (R_1 + R_2)\, i = R_{eq}\, i$

$V_1 = \dfrac{R_1}{R_{eq}} V$

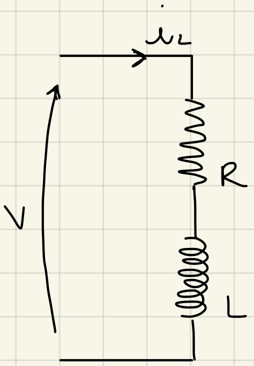
in parallelo



$V = R_1 i_1 = R_2 i_2 \qquad V = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\, i = R_{eq}\, i$

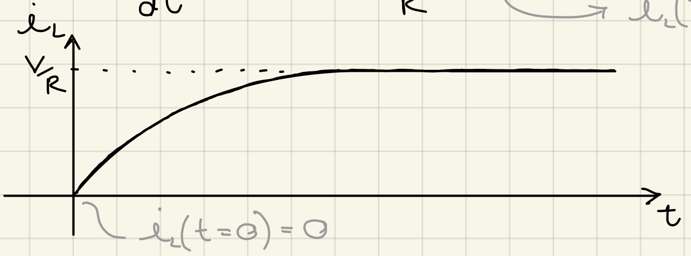
$i_1 + i_2 = i \qquad i_1 = \dfrac{V}{R_1} = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}\, i$

Induttore

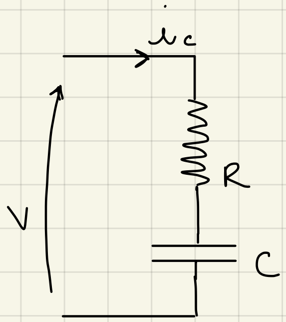


$$V_L = L\frac{di_L}{dt} \qquad i_L = \frac{V}{R} + Ae^{-\frac{t}{L/R}}$$

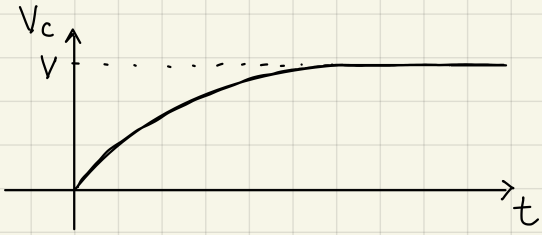
$A \rightarrow i_L(t=0) - \frac{V}{R}$



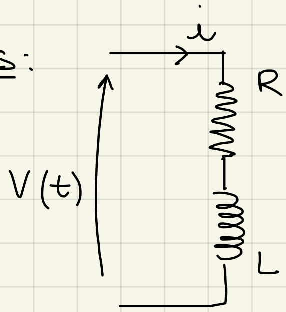
Capacità



$$i_C = C\frac{dV_C}{dt}$$



Es:



$V(t) = V\cos(\omega t + \varphi_V)$ regime sinusoidale

$$V(t) = R\,i(t) + L\frac{di(t)}{dt}$$

$i(t) = \cancel{Ae^{-\frac{t}{L/R}}} + i_p(t)$ → soluzione particolare dell' eq. diff.

a regime si può trascurare

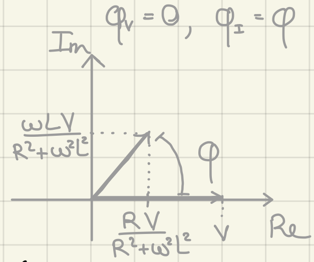
Se guardo solo a regime posso ignorare lo sfasamento φ_V → 0

$$V(t) = V\cos(\omega t) = R\underbrace{(A_1\cos\omega t + A_2\,\text{sen}\,\omega t)}_{i_p(t)} + L\underbrace{(-\omega A_1\,\text{sen}\,\omega t + \omega A_2\cos\omega t)}_{di_p(t)/dt}$$

$$\begin{cases} RA_2 - \omega LA_1 = 0 \longrightarrow A_1 = \frac{R}{\omega L}A_2 \\ V = \frac{R^2}{\omega L}A_2 + \omega LA_2 \Longrightarrow A_2 = \frac{\omega L}{R^2+\omega^2L^2}V, \quad A_1 = \frac{R}{R^2+\omega^2L^2}V \end{cases}$$

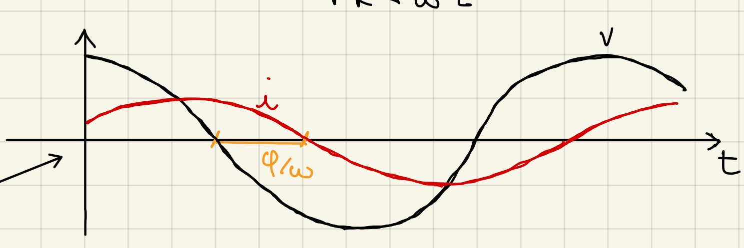
$$i_p(t) = \left(\frac{R}{R^2+\omega^2L^2}\cos\omega t + \frac{\omega L}{R^2+\omega^2L^2}\,\text{sen}\,\omega t\right)\cdot V$$

$\varphi_V = 0, \quad \varphi_I = \varphi$



$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}} \qquad \text{sen}\,\varphi = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$$

$$\Rightarrow i(t) = V\cdot\left(\frac{\cos\omega t\cos\varphi + \text{sen}\,\omega t\,\text{sen}\,\varphi}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\right) = \frac{V\cos(\omega t - \varphi)}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$$



a regime (transitorio esaurito)

$$V(t) = R\,i(t) + L\frac{di(t)}{dt}$$

$$V\cos\omega t = R\left(A\cos(\omega t+\varphi_I)\right) + L\frac{d}{dt}\left(A\cos(\omega t+\varphi_I)\right)$$

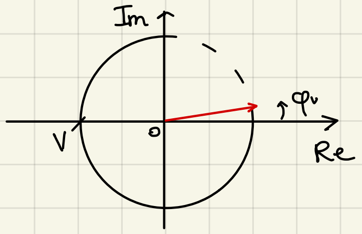
$$\cos\omega t = \mathrm{Re}\left[e^{j\omega t}\right]$$

I ampiezza della corrente

$$V e^{j\omega t} = A\cdot R e^{j\omega t} e^{j\varphi_I} + A L \frac{d}{dt}\left(e^{j\omega t}e^{j\varphi_I}\right)$$

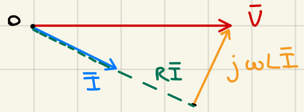
$$V = R I e^{j\varphi_I} + j\omega L I e^{j\varphi_I} \longrightarrow i(t) = I\cos(\omega t+\varphi_I)$$

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}} \qquad \varphi_I = \angle\frac{V}{R+j\omega L} = \angle V - \angle(R+j\omega L) = -\arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$



$V e^{j\varphi_v} = \bar V$ fasore (vettore tempo)

$$\bar V = R\bar I + j\omega L\bar I$$



$$P_e = \frac{dL_e}{dt} = \frac{dqV}{dt} = i\cdot V \quad \text{potenza elettrica}$$

il cos è pari

$$P_e = V\cos\omega t\cdot I\cos(\omega t+\varphi_I) = VI\frac{1}{2}\left(\cos(2\omega t+\varphi_I)+\cos(\cancel{-}\varphi_I)\right) =$$

$$= \frac{VI}{2}\cos(\varphi_I) + \frac{VI}{2}\cos(2\omega t+\varphi_I)$$

potenza attiva P

$$a_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_T a^2(t)\,dt} \xrightarrow[\text{sinusoidale}]{\text{regime}} \frac{a_{max}}{\sqrt{2}}$$

potenza reattiva

$$P = V_{eff}\,I_{eff}\cdot\cos\varphi \qquad \varphi \to \varphi_V - \varphi_I \qquad Q = V_{eff}\,I_{eff}\cdot\operatorname{sen}\varphi$$

$$V_L = L\frac{di_L}{dt} \longrightarrow \bar V = j\omega L\bar I$$

$$i_C = C\frac{dV_C}{dt} \longrightarrow \bar I = j\omega C\bar V$$

Legge di Ohm generalizzata

$$\bar V = \dot z\,\bar I \qquad |\bar V| = |\dot z||\bar I| \qquad \angle\bar V = \angle\dot z + \angle\bar I$$

impedenza

$$\Longrightarrow \dot z_L = j\omega L = jX_L$$

$$\dot z_C = \frac{1}{j\omega C} = -jX_C$$

reattanza

si sottintendono i termini efficaci

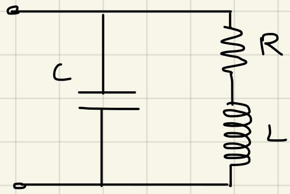
$$P = VI\cos\varphi$$

$$Q = VI\,\text{sen}\,\varphi$$

$$\left.\begin{matrix} P = VI\cos\varphi \\ Q = VI\,\text{sen}\,\varphi \end{matrix}\right\} \quad \boxed{\bar{S} = VI(\cos\varphi + j\,\text{sen}\,\varphi)} = \sqrt{P^2 + Q^2}\; e^{j\varphi}$$

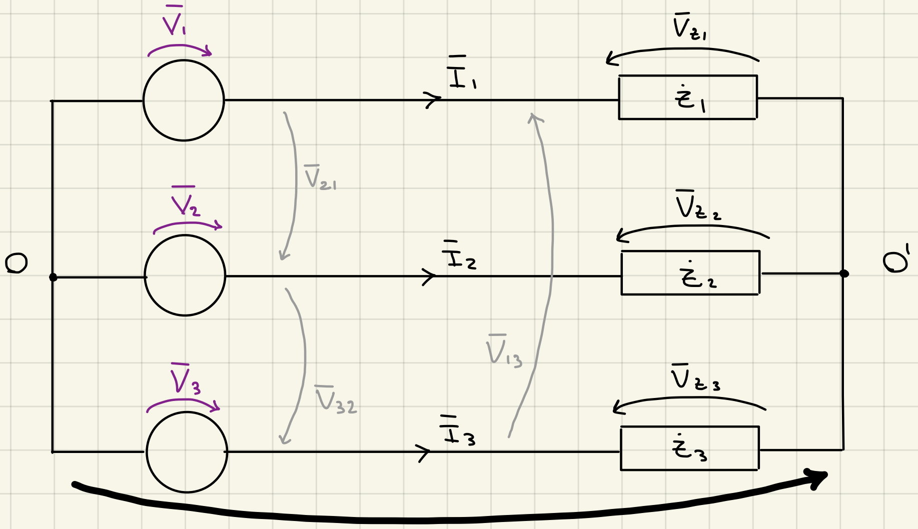
potenza apparente

$\varphi = \measuredangle \dot{Z}$ (nell'ipotesi di porre nulla lo sfasamento di $\bar{V}$)



fasore $\dot{Z} = A + jB$

Reti Trifase



$$\left.\begin{aligned} \bar{V}_1 - \bar{V}_{O'O} &= Z_1 \bar{I}_1 \\ \bar{V}_2 - \bar{V}_{O'O} &= Z_2 \bar{I}_2 \\ \bar{V}_3 - \bar{V}_{O'O} &= Z_3 \bar{I}_3 \\ \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \bar{V}_{O'O} = \frac{\frac{\bar{V}_1}{Z_1} + \frac{\bar{V}_2}{Z_2} + \frac{\bar{V}_3}{Z_3}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}}$$

Rete simmetrica ed equilibrata:

$V_1 = V\cos\omega t$

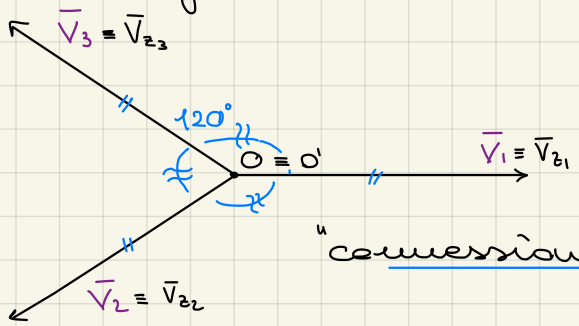
$V_2 = V\cos(\omega t - \frac{2}{3}\pi)$

$V_3 = V\cos(\omega t - \frac{4}{3}\pi)$

$\dot{Z}_1 = \dot{Z}_2 = \dot{Z}_3$

$V_1\ V_2\ V_3$ uguali in modulo e sfasati di 120°

$Z_1\ Z_2\ Z_3$ uguali

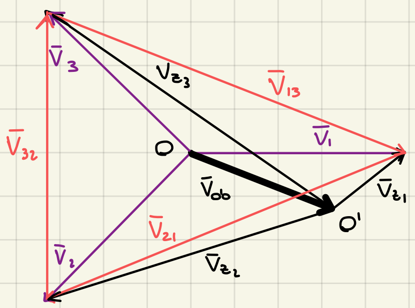


$$\bar{V}_{O'O} = 0 \Longrightarrow \begin{aligned} \bar{V}_1 &= Z\bar{I}_1 \\ \bar{V}_2 &= Z\bar{I}_2 \\ \bar{V}_3 &= Z\bar{I}_3 \end{aligned}$$

"connessione a stella" (quando la rete è sim)

In una rete trifase, posso trasferire 3 volte più potenza di una monofase usando solo 1 filo in più.

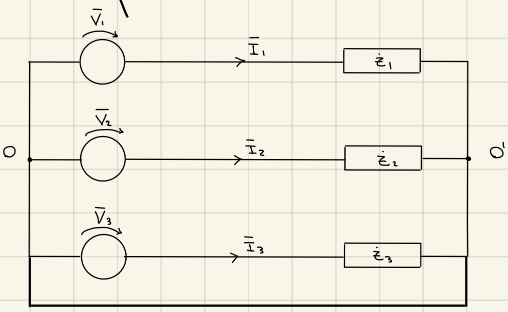
Rete simmetrica ma non equilibrata:



è la tensione nominale della rete
↑
tensione concatenata → imprimibile (non dipende dal carico)

tensione stellata → non imprimibile al carico

Per equilibrare la rete:



$$\bar V_1 - \bar V_{o'o} = \dot z_1 \bar I_1$$
$$\bar V_2 - \bar V_{o'o} = \dot z_2 \bar I_2$$
$$\bar V_3 - \bar V_{o'o} = \dot z_3 \bar I_3$$

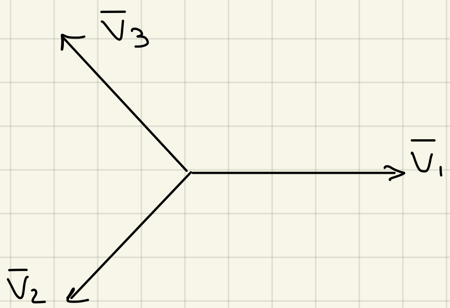
Se i carichi non sono tra loro equilibrati, scorre della corrente nel filo neutro (di solito poca).

↳ "filo neutro" → impone $\bar V_{o'o} = 0$

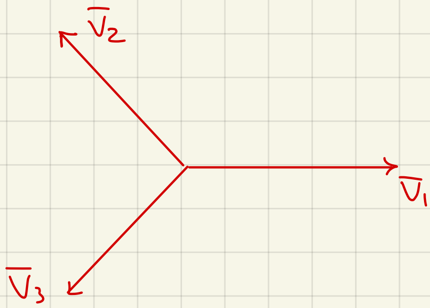
$$\bar V_{12} = \bar V_1 - \bar V_2 = V e^{j\omega t} - V e^{j(\omega t - \frac{2}{3}\pi)} =$$
$$= V e^{j\omega t}\left(1 - e^{-j\frac{2}{3}\pi}\right) = V e^{j\omega t}\left(1 - \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} j\right)\right)$$
$$= V e^{j\omega t}\left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} j\right) = \sqrt{3}\, V e^{j\omega t} e^{j\frac{\pi}{6}} =$$

concaten. (triangolo)

$$= \sqrt{3}\, V e^{j(\omega t + \frac{\pi}{6})}$$ ⟶ la tensione nominale è $\sqrt{3}$ volte più grande di quella di fase (stella) stellata



Diretta



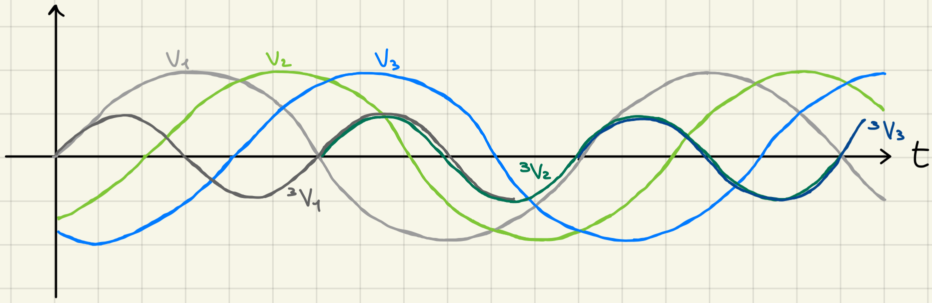
Inversa

Nel regime sinusoidale bisogna considerare anche gli effetti della distorsione (le armoniche). In generale, poiché ci si può sempre ricondurre a delle sinusoidi (tramite serie e trasformate di Fourier), questo è vero per qualsiasi regime.

$$V(t) = \sum_{k=1}^{\infty} V_k \cos(k\omega t + \varphi_k) \qquad \bar V = \bar V_1 + e^{-j\omega t} \sum_{k=2}^{\infty} V_k e^{jk\omega t} e^{j\varphi_k}$$

$$\left.\begin{aligned} {}^3V_1 &= V\cos[3(\omega t+\varphi)] \\ {}^3V_2 &= V\cos\left[3\left(\omega t+\varphi-\tfrac{2}{3}\pi\right)\right] \\ {}^3V_3 &= V\cos\left[3\left(\omega t+\varphi-\tfrac{4}{3}\pi\right)\right] \end{aligned}\right\} \Rightarrow {}^3V_1 = {}^3V_2 = {}^3V_1$$

sequenza omopolare (hanno la stessa fase)



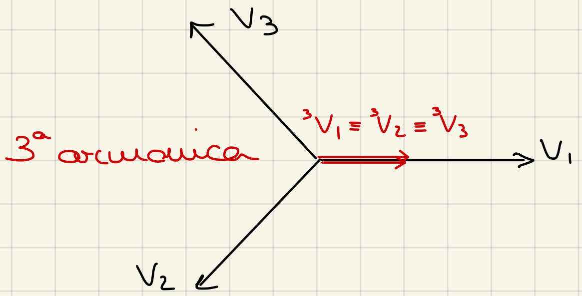
In un sistema senza neutro

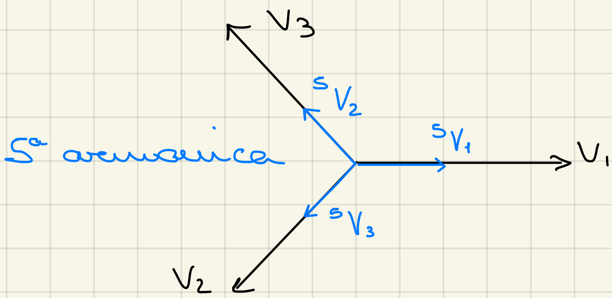
$${}^3I_1 + {}^3I_2 + {}^3I_3 = 3\,{}^3I = 0 \implies {}^3I = 0$$

le armoniche terze e suoi multipli scompaiono

$$\begin{aligned} {}^5V_1 &= V\cos[5(\omega t+\varphi)] \\ {}^5V_2 &= V\cos\left[5\left(\omega t+\varphi-\tfrac{2}{3}\pi\right)\right] = V\cos\left[5(\omega t+\varphi)-\tfrac{4}{3}\pi\right] \\ {}^5V_3 &= V\cos\left[5\left(\omega t+\varphi-\tfrac{4}{3}\pi\right)\right] = V\cos\left[5(\omega t+\varphi)-\tfrac{2}{3}\pi\right] \end{aligned}$$

Armoniche nelle reti trifase: ~~3~~ 5 7 ~~9~~ 11 13 ~~15~~ 17 . . .





Potenza nelle reti trifase

tensione e corrente di fase (stellata)

$$\boxed{P} = v_1(t)\cdot i_1(t) + v_2(t)\,i_2(t) + v_3(t)\cdot i_3(t) =$$

$$= V\cos\omega t\cdot I\cos(\omega t-\varphi) + V\cos\left(\omega t-\tfrac{2}{3}\pi\right) I\cos\left(\omega t-\varphi-\tfrac{2}{3}\pi\right) + V\cos\left(\omega t-\tfrac{4}{3}\pi\right) I\cos\left(\omega t+\varphi-\tfrac{4}{3}\pi\right)$$

$$= \frac{VI}{2}\left[\cos(2\omega t-\varphi) + \cos\varphi + \cos\left(2\omega-\tfrac{4}{3}\pi-\varphi\right) + \cos\varphi + \cos\left(2\omega t-\tfrac{2}{3}\pi-\varphi\right) + \cos\varphi\right]$$

$$= 3\,\frac{VI}{2}\cos\varphi = \boxed{3\,V_{eff}\,I_{eff}\cos\varphi} \longrightarrow \boxed{Q = 3\,V_{eff}\,I_{eff}\,\mathrm{sen}\,\varphi}$$

La potenza della rete trifase si indica di solito con:

$$P = \sqrt{3}\, V_n I \cos\varphi \qquad \left(3 V_{eff} = 3\frac{V_f}{\sqrt{2}} = 3\frac{V_n}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}\frac{V_n}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}\, V_{n_{eff}}\right)$$

V_n → tensione nominale (efficacie) (concatenata)

I → corrente nominale (efficacie) (di fase o di linea)

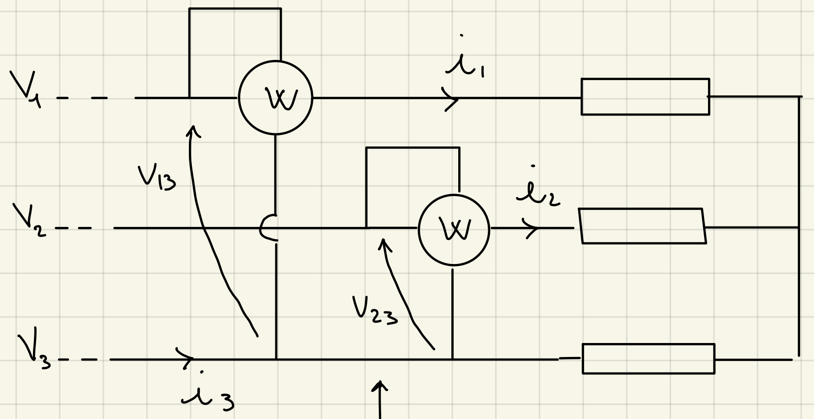
Ripasso numeri complessi

$$[a+jb] + [c+jd] = [(a+b) + j(c+d)]$$

$$[a+jb][c+jd] = [(ac-bd) + j(bc+ad)] = |a+jb||c+jd|\, e^{\angle[a+jb]+\angle[c+jd]}$$

$$\frac{[a+jb]}{[c+jd]} = \frac{[a+jb]}{[c+jd]}\cdot\frac{[c-jd]}{[c-jd]} = \frac{[(ac+bd)+j(bc-ad)]}{c^2+d^2}$$

Inserzione Aaron



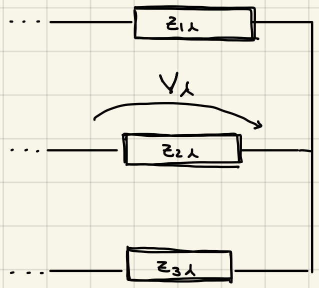
per misurare tutta la potenza di una rete trifase

$$P_{tot} = W_1 + W_2$$

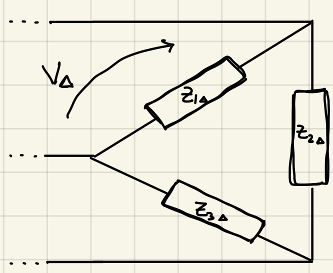
$$P_{tot} = V_1 i_1 + V_2 i_2 + V_3 i_3$$

$$\begin{aligned} P_W &= V_{13} i_1 + V_{23} i_2 = \\ &= (V_1 - V_3) i_1 + (V_2 - V_3) i_2 = \\ &= V_1 i_1 - V_3 i_1 + V_2 i_2 - V_3 i_2 = \\ &= V_1 i_1 + V_2 i_2 + V_3 \underbrace{(-i_1 - i_2)}_{i_3} = \\ &= V_1 i_1 + V_2 i_2 + V_3 i_3 = P_{tot} \end{aligned}$$

Connessione a stella



Connessione a triangolo

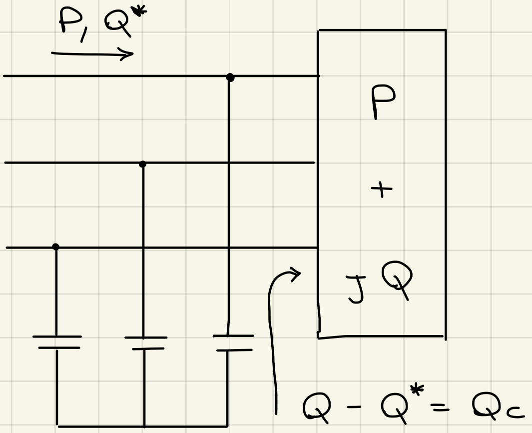


Hp: stessa potenza, rete equilibrata

$$3\frac{V_\Delta^2}{Z_\Delta} = 3\frac{V_\lambda^2}{Z_\lambda}, \qquad V_\lambda = \frac{V_\Delta}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow Z_\Delta = 3 Z_\lambda$$

Es:

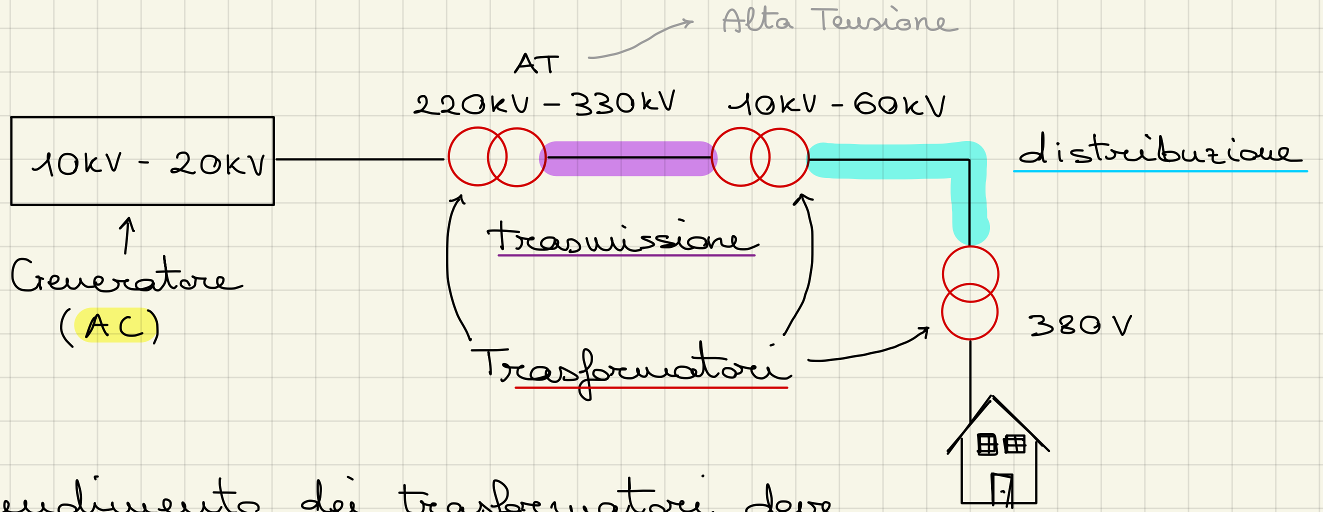


$$Q_c = \frac{3V_\lambda^2}{X_{c\lambda}} = \frac{3V_\Delta^2}{X_{c\Delta}}$$

$$X_{c\Delta} = 3X_{c\lambda} \qquad X = \frac{1}{\omega C}$$

$$C_\Delta = \frac{1}{3} C_\lambda$$

Trasformatore

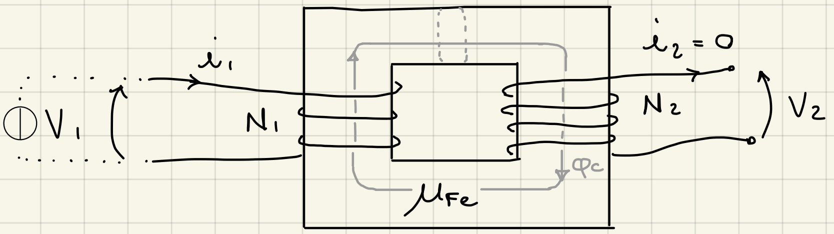


Il rendimento dei trasformatori deve essere elevato: 94% — 99,7%

Le linee di trasmissione non possono essere troppo lunghe per evitare accoppiamenti induttivi e capacitivi con il terreno (essendo trasmessa corrente alternata)

Il trasformatore permette di modulare la tensione (alternata) fra due reti e di isolarle galvanicamente

Modello del trasformatore



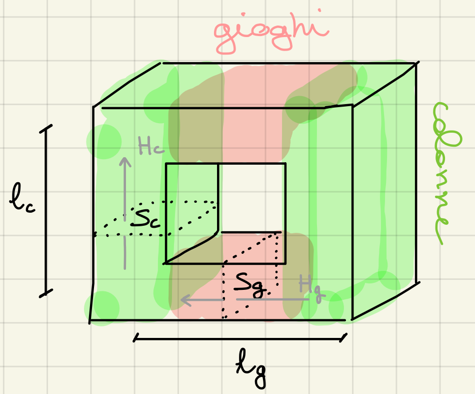
$$V_1(t) = N_1 \frac{d\varphi_c}{dt}$$

$$N_2 \frac{d\varphi_c}{dt} = V_2(t)$$

$$\left[\frac{V_1(t)}{V_2(t)} = \frac{N_1}{N_2}\right]$$

conduttore ideale $\mu_{Fe} \to +\infty$ $\quad P_{Fe} = 0$

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum i \;\longrightarrow\; 2H_c l_c + 2H_g l_g = N_1 i_1$$



$$2\frac{B_c}{\mu_{Fe}(H_c)}\cdot l_c + 2\frac{B_g}{\mu_{Fe}(H_g)}\cdot l_g = N_1 i_1$$

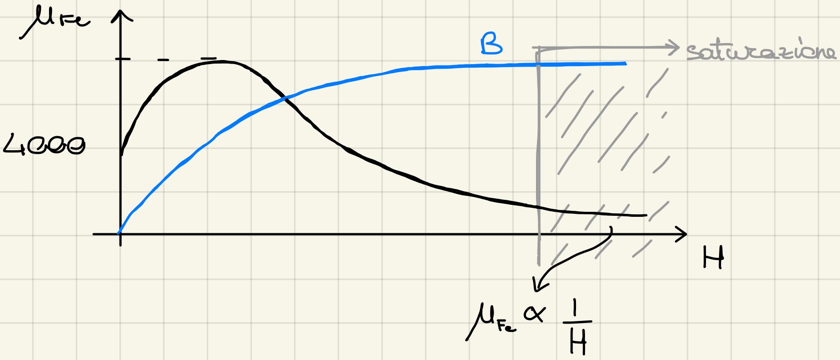
$$B_c\left(\frac{2l_c}{\mu_{Fe}(H_c)} + \frac{2S_c l_g}{\mu_{Fe}(H_g)S_g}\right) = N_1 i_1$$

$$\varphi_c = N_1 i_1 \frac{S_c\,\mu_{Fe}(H_c)}{2l_c + 2\frac{S_c}{S_g}\frac{\mu_{Fe}(H_c)}{\mu_{Fe}(H_g)}\cdot l_g} =$$

$$= \mu_{Fe}(H_c)\frac{S_c}{l_{eq}} N_1 i_1$$

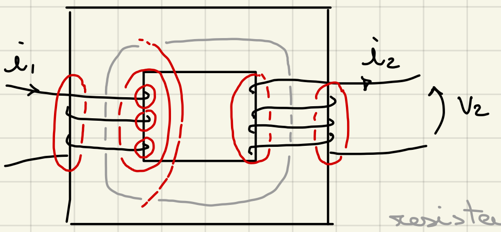
$$B_c S_c = B_g S_g = \varphi_c$$

Ipotesi di tubo di flusso



$$\varphi_1 = N_1\varphi_c = L_{m_1} i_1$$

$$L_{m_1} = \frac{N_1^2 S_c \mu}{l_{eq}}$$



Linee di campo magnetico che non si chiudono nel trasformatore (Linee di dispersione)

flusso di dispersione

$$V_1 = R_1 i_1 + \frac{d\varphi_1}{dt} = R_1 i_1 + \frac{d\varphi_{d1}}{dt} + N_1\frac{d\varphi_c}{dt} =$$

resistenza dell'avvolgimento

$$= R_1 i_1 + L_{d1}\frac{di_1}{dt} + N_1\frac{d\varphi_c}{dt}$$

induttanza di dispersione

$$N_2\frac{d\varphi_c}{dt} = R_2 i_2 + L_{d2}\frac{di_2}{dt} + V_2 \qquad \varphi_c = \mu_{Fe}\frac{S_c}{l_{eq}}(N_1 i_1 - N_2 i_2)$$

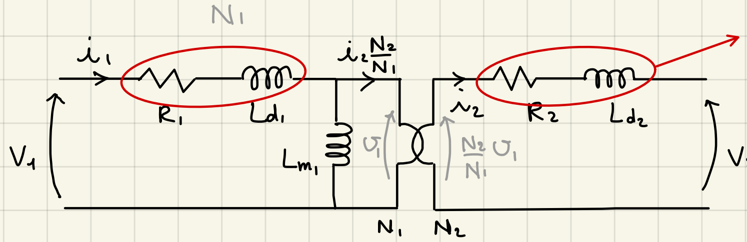
devo considerare anche la corrente concatenata al primo avvolgimento

$$L_{m_{12}} = N_1 N_2 \cdot \frac{S_c \mu_{Fe}}{l_{eq}}$$

$$L_{m_2} = N_2^2\frac{S_c\mu_{Fe}}{l_{eq}}$$

$$L_{m_1}\cdot\frac{d}{dt}\left(i_1 - \frac{N_2}{N_1}i_2\right) = v_1$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} V_1 = R_1 i_1 + L_{d1}\frac{di_1}{dt} + \underbrace{L_{m_1}\frac{di_1}{dt} - L_{m_{12}}\frac{di_2}{dt}} \\ \underbrace{L_{m_{12}}\frac{di_1}{dt} - L_{m_2}\frac{di_2}{dt}}_{\frac{N_2}{N_1}v_1} = R_2 i_2 + L_{d1}\frac{di_2}{dt} + V_2 \end{cases}$$



termini di non-idealità

$i_2 = \frac{N_1}{N_2} i_2'$

$$N_2 i_2 = N_1 i_2' \qquad \varphi_c = N_1 \frac{\mu_{Fe} S_c}{l_{eq}} (i_1 - i_2') \qquad N_2 V_2' = N_1 V_2 \qquad V_2' = \frac{N_1}{N_2} V_2$$

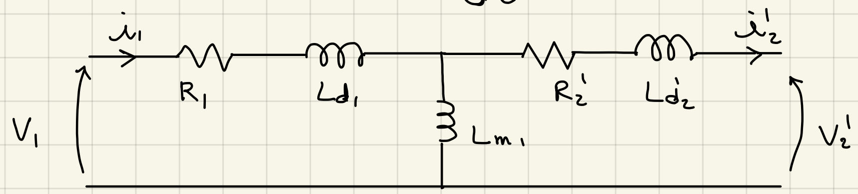
equivalenze per semplificare il circuito

$$\rightarrow V_1 = R_1 i_1 + L_{d_1} \frac{d i_1}{dt} + L_{m_1} \frac{d(i_1 - i_2')}{dt}$$

$$L_{m_1} \frac{d(i_1 - i_2')}{dt} = R_2 \frac{N_1}{N_2} i_2' \frac{N_1}{N_2} + L_{d_2} \frac{N_1}{N_2} \frac{d i_2'}{dt} \cdot \frac{N_1}{N_2} + V_2 \frac{N_1}{N_2}$$

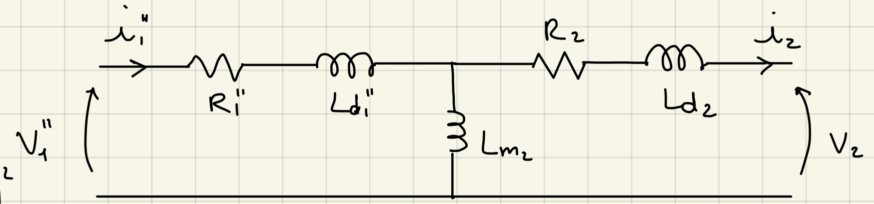
$$R_2' = R_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \qquad L_{d_2}' = L_{d_2} \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

$$\rightarrow L_{m_1} \frac{d}{dt}(i_1 - i_2') = R_2' i_2' + L_{d_2}' \frac{d i_2'}{dt} + V_2'$$



circuito equivalente riportato al primario

$$R_1'' = R_1 \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \qquad L_{d_1}'' = L_{d_1} \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2$$

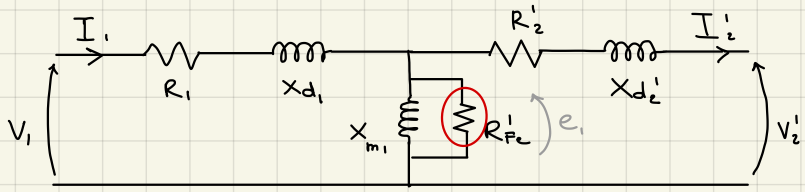


$$i_1'' = \frac{N_1}{N_2} i_1 \qquad V_1'' = \frac{N_2}{N_1} V_1$$

circuito equivalente riportato al secondario

Perdite nel ferro : $P_{Fe} = (K_1 f + K_2 f^2) \cdot B^2$ $\qquad e = \frac{d\varphi}{dt} \propto \omega \varphi$

le perdite nel ferro sono modellizzabili come una resistenza (fittizia, non reale) in parallelo a $L_{m_{1-2}}$ $\leftarrow$ tensione indotta in $L_{m_{1-2}}$

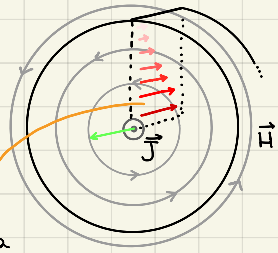


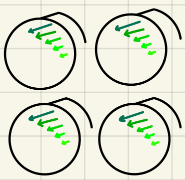
$(X = \omega L)$
regime stazionario sinusoidale

$$P_{Fe} = \frac{e_1^2}{R_{Fe}'} = \frac{e_2^2}{R_{Fe}''} \qquad R_{Fe}' = R_{Fe}'' \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

Devo <u>ridurre le non-idealità</u> del trasformatore (voglio che più partizione di V_1 possibile cada su X_m)

<u>Effetto pelle</u>: effetto per cui la resistenza di un conduttore in alternata è maggiore che in continua. L'effetto è tanto maggiore quanto è più grande la sezione del conduttore.





Per questo vengono realizzati <u>fili composti da agglomerati di fili più sottili</u> per ridurre l'effetto pelle

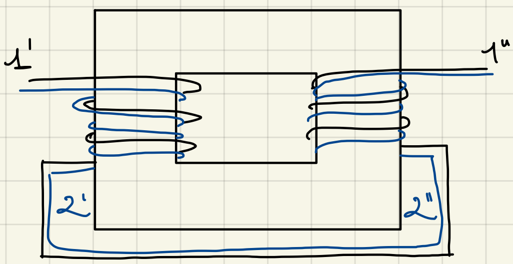
se la corrente varia, esiste una variazione di flusso magnetico che induce una tensione che si oppone alla variazione di corrente; nelle sezioni più esterne la variazione di flusso concatenato è minore per cui la corrente scorrerà prevalentemente lungo la superficie ("pelle") del conduttore.

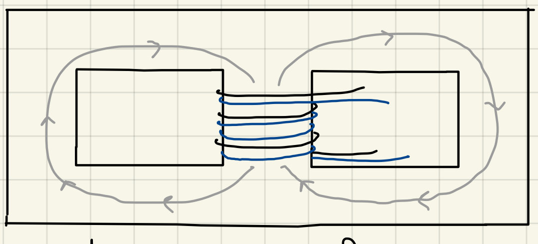
<u>Come ridurre le linee di dispersione</u>?

→ Avvolgo i due <u>avvolgimenti sulla stessa colonna</u> (li avvicino il più possibile).

Sulla colonna libera aggiungo un'altra coppia di avvolgimento da collegare poi in serie o in parallelo alla prima.

Immergere il trasformatore in un buon dielettrico (olio minerale) aiuta a ridurre il flusso di dispersione e anche a controllare gli aspetti fisici del dispositivo (ad es. la temperatura).

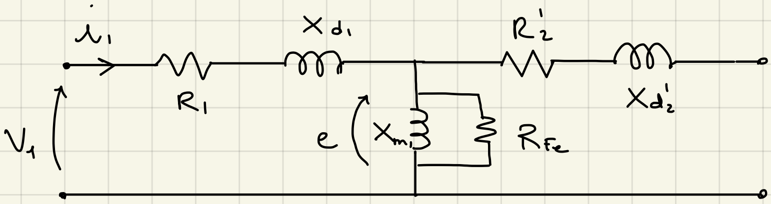




trasformatore con <u>nucleo a mantello</u>

<u>Come ridurre le perdite nel ferro</u>?

→ Scompongo le colonne (e in generale il nucleo ferromagnetico) in <u>lamierini a grani orientati</u> così da impedire lo scorrimento di grandi correnti indotte, essendo le superfici attraversate dal flusso magnetico "spezzettate"



impedenza trasversale o "cappio"

$(R_{Fe} /\!/ X_{m_1}) \gg R_1 + X_{d_1}$

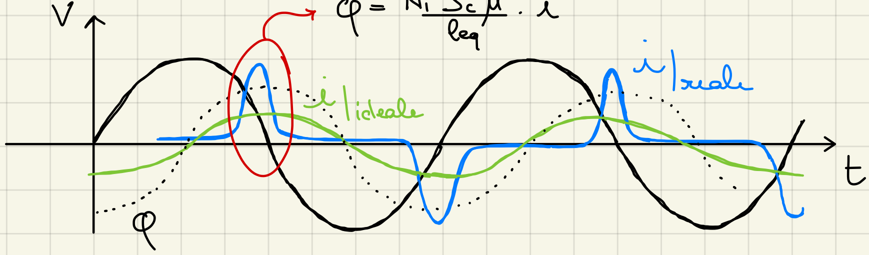
$i_1 \simeq 0 \qquad V_1 \simeq e$

$$V_1 = R_1 i_1 + L_{d_1} \frac{d i_1}{dt} + e$$

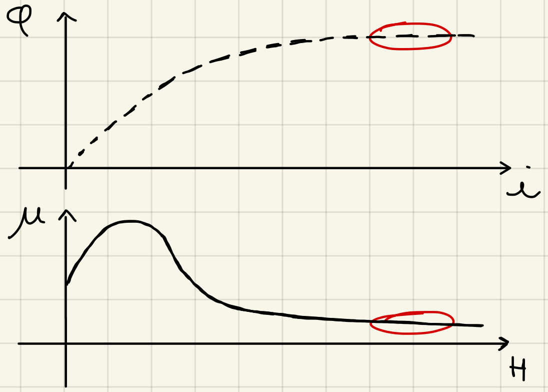
V_1 sinusoidale

diminuisce ← saturazione aumenta

$$\varphi = \frac{N_1^2 S_c \mu}{l_{eq}} \cdot i$$



A vuoto, é presente una piccola corrente i_1 che peró é molto distorta



Con carico, la corrente circolante é molto piú grande di quella a vuoto ed é (quasi) esattamente sinusoidale. La sovrapposizione delle due é una corrente sinusoidale con una debole distorsione, tanto minore quanto é maggiore il carico.

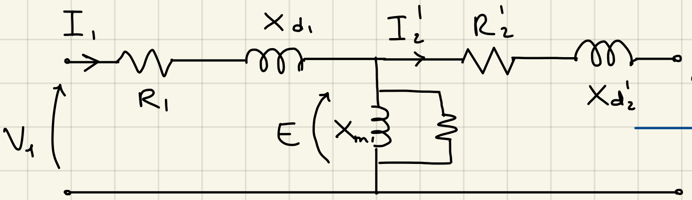
Rendimento del trasformatore

$$\eta = \frac{P_L}{P_L + P_{Cu} + P_{Fe}} = \frac{V I \cos\varphi}{V I \cos\varphi + R_T I^2 + P_{Fe}}$$

$R_T = R_1 + R_2'$

non vale a vuoto ($R_L \simeq \infty$)

Circuito equivalente a "L"

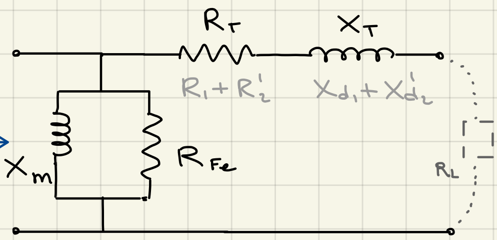


$(X_m /\!/ R_{Fe} \gg R_T + X_T + R_L)$

approssimazione

$V' \simeq E$

$I_1 \simeq I_2'$



$$\frac{d\eta}{dI} = \frac{V\cos\varphi\,(V I \cos\varphi + R_T I^2 + P_{Fe}) - V I \cos\varphi\,[V\cos\varphi + 2 R_T I]}{(P_L + P_{Cu} + P_{Fe})^2} = 0$$

$$V I \cos\varphi + R_T I^2 + P_{Fe} - V I \cos\varphi - 2 R_T I^2 = 0$$

$$P_{Fe} = R_T I^2 = P_{Cu} \longrightarrow$$ non si fa quasi mai perché portare le perdite nei fili di rame al livello di quelle nel ferro comporterebbe fili troppo spessi e quindi troppo ingombranti e costosi

di solito si fa:

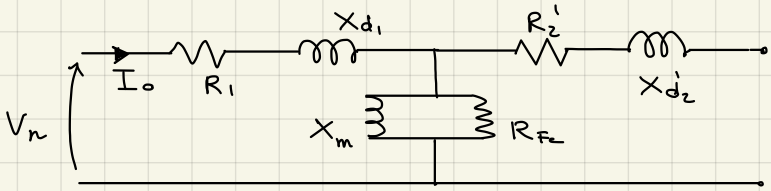
$$\boxed{P_{Fe} = \frac{1}{7} P_{Cu}}$$

Prova a vuoto (morsetto 2 aperto)

V_n tensione nominale applicata

I_0 corrente misurata

P_0 potenza dissipata misurata



$$P_0 = \underbrace{R_1 I_0^2}_{I_0 \ll I_n} + P_{Fe} \simeq P_{Fe}$$

$$R_{Fe} \simeq \frac{V_n^2}{P_{Fe}} \qquad \cos\varphi = \frac{P_0}{V_n I_0}$$

$$Q_{Fe} = P_{Fe} \tan\varphi \qquad X_m = \frac{V_n^2}{Q_{Fe}}$$

Prova in cortocircuito (morsetto 2 corto)

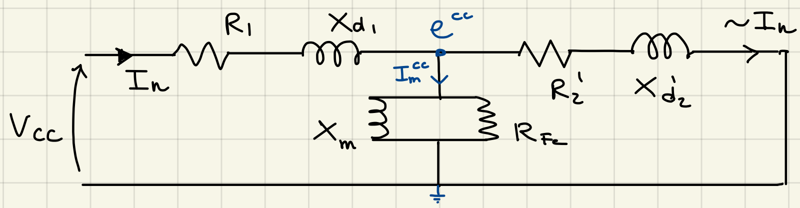
I_n corrente nominale applicata

V_{cc} tensione di cortocircuito misurata

P_{cc} potenza dissipata misurata

$$P_{cc} = \underbrace{R_1 I_1^2 + R_2' I_2'^2}_{I_2' \simeq I_1 = I_n} + \overset{V_{cc} \ll V_n}{P_{Fe}^{cc}} \simeq R_T I_n^2$$

$$R_T = \frac{P_{cc}}{I_n^2}$$



$$Z_{cc} = |R_T + jX_T| = \frac{V_{cc}}{I_n}$$

$$X_T = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_T^2}$$

$$I_m^{cc} = \frac{e^{cc}}{Z_{Fe}} < \frac{V_{cc}}{Z_{Fe}} \simeq 4\% \frac{V_n}{Z_{Fe}} \simeq 4\% I_0 \simeq \frac{I_n}{10000} \simeq 0$$

$$I_1 = I_m^{cc} + I_2' \longrightarrow I_1 \simeq I_2'$$

Caduta di tensione

In un trasformatore vengono indicati come dati di targa la tensione nominale (lato generatore) e la tensione a vuoto (lato carico):

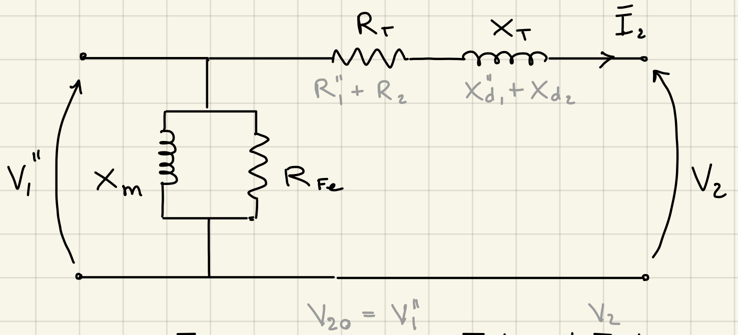
$$V_{1n} / V_{20}$$

Per esempio: 12000 V / 220 V

Si definisce caduta di tensione la differenza fra modulo della tensione a vuoto e il modulo della tensione con carico.

perdita dovuta alle perdite nel rame e al flusso di dispersione

$$\boxed{\Delta V = |V_{20}| - |V_2|}$$



$$\bar{I}_2 = I_2 e^{j\varphi_I} = I_2 e^{-j\varphi}$$

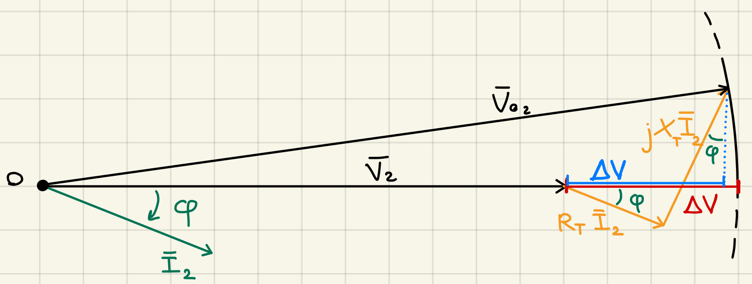
$$\Delta V = |\underbrace{\bar{V}_2 + (R_T + jX_T)\bar{I}_2}_{V_{20} = V_1''}| - |\underbrace{\bar{V}_2}_{V_2}|$$

$$= |V_2 + R_T I_2 \cos\varphi + X_T I_2 \operatorname{sen}\varphi - jR_T I_2 \operatorname{sen}\varphi + jX_T I_2 \cos\varphi| - V_2$$

$$= \sqrt{(V_2 + R_T I_2 \cos\varphi + X_T I_2 \operatorname{sen}\varphi)^2 + (-R_T I_2 \operatorname{sen}\varphi + X_T I_2 \cos\varphi)^2} - V_2$$

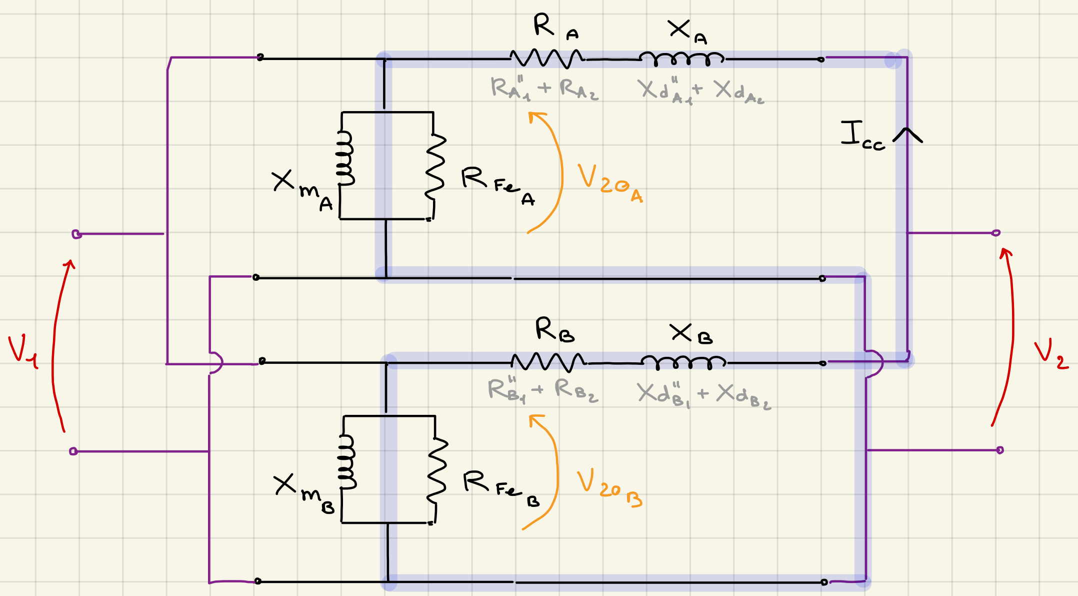
trascurabile, rapporto c.a.: $(1{,}02)^2 : (0{,}02)^2 \sim 2600 : 1$

$$\longrightarrow \boxed{\Delta V \simeq (R_T \cos\varphi + X_T \operatorname{sen}\varphi) I_2}$$



$$\bar{V}_{20} = V_2 + (R_T + jX_T)\bar{I}_2$$

Parallelo di trasformatori



$$\bar{I}_{cc} = \frac{\bar{V}_{20_A} - \bar{V}_{20_B}}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_B}$$

corrente di circolazione a vuoto da eliminare (dissipa inutilmente).

$$\downarrow$$

$$\bar{V}_{20_A} = \bar{V}_{20_B}$$

$$\downarrow$$

$$\left(\frac{N_1}{N_2}\right)_A = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)_B$$

Se V_{20_A} e V_{20_B} sono diverse (ad es. del 2%):

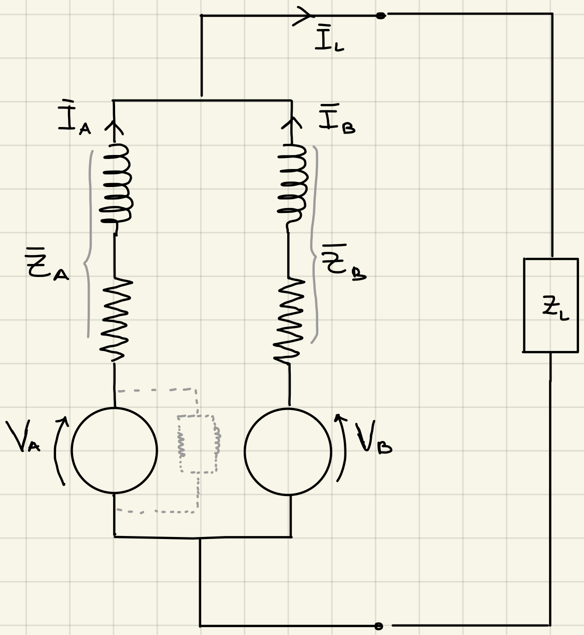
$$I_{cc} = \frac{0{,}02\, V_n}{2 \cdot \bar{Z}} = \qquad \left(\text{presupposti } \bar{Z}_A = \bar{Z}_B = \bar{Z}\right)$$

$$= \frac{0{,}02 \cdot V_n}{2 \cdot \bar{Z} \cdot I_n} \cdot I_n =$$

$$= \frac{0{,}02 \cdot V_n}{2\, V_{cc}} \cdot I_n = \qquad \left(V_{cc} \simeq 4\%\, V_n\right)$$

$$= \frac{0{,}02}{2 \cdot 0{,}04}\, I_n = \frac{1}{4}\, I_n$$

$\rightarrow$ la corrente a vuoto é molto grande anche con un piccolo squilibrio delle tensioni a vuoto dei due trasformatori



Circuito equivalente

$$\bar{V}_A - \bar{Z}_A \bar{I}_A = \bar{V}_B - \bar{Z}_B \bar{I}_B \Longrightarrow \bar{Z}_A \bar{I}_A = \bar{Z}_B \bar{I}_B$$

$$\frac{\overbrace{I_{n_A} Z_A}^{V_{cc_A}} I_A}{V_n\, I_{n_A}} = \frac{Z_B I_B\, I_{n_B}}{I_{n_B} \cdot V_n}$$

(i 2 trasformatori possono avere diversa I_n ma devono avere uguale V_n)

$$V_{cc_{p.u._A}} \frac{I_A}{I_{n_A}} = V_{cc_{p.u._B}} \frac{I_B}{I_{n_B}}$$

$V_{cc_{p.u.}} = \frac{V_{cc}}{V_n}$ tensione per unitá

Voglio che I_A raggiunga I_{n_A} nello stesso momento in cui I_B raggiunga I_{n_B} in modo tale che entrambi i trasformatori lavori al massimo delle loro possibilitá.

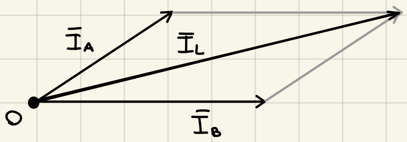
$$\Downarrow$$

$$V_{cc_{p.u._A}} = V_{cc_{p.u._B}}$$

$$\bar{Z}_A \bar{I}_A = \bar{Z}_B \bar{I}_B \Longrightarrow \measuredangle \bar{Z}_A + \measuredangle \bar{I}_A = \measuredangle \bar{Z}_B + \measuredangle \bar{I}_B$$

$$\bar{I}_A + \bar{I}_B = \bar{I}_L$$

$$|\bar{I}_A| + |\bar{I}_B| = |\bar{I}_L|$$



$$P_{cu} = R_A I_A^2 + R_B I_B^2$$

Voglio massimizzare I_L minimizzando P_{cu}:

$$\Longrightarrow \measuredangle \bar{I}_A = \measuredangle \bar{I}_B \longrightarrow \measuredangle \bar{Z}_A = \measuredangle \bar{Z}_B \longrightarrow \cos\varphi_{cc_A} = \cos\varphi_{cc_B}$$

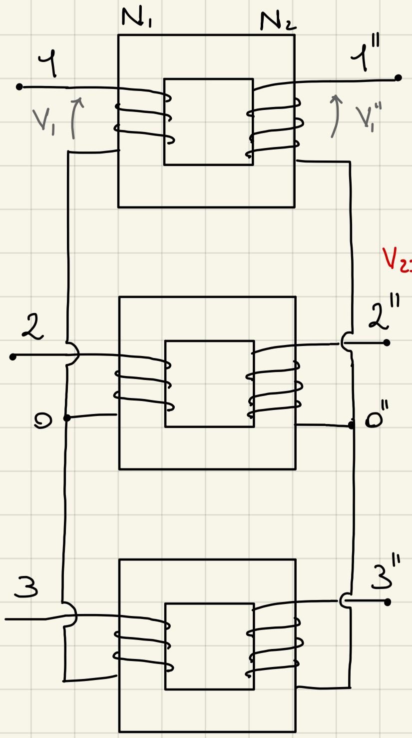
Trasformatori trifase

Tipi di collegamenti:

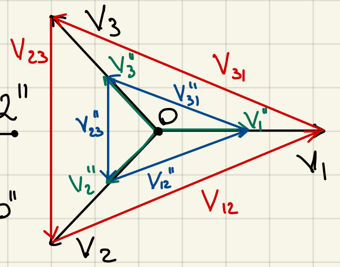
$Yy_{(n)}$ = stella - stella $Dy_{(n)}$ = triangolo - stella

Yd = stella - triangolo Dd = triangolo - triangolo

(n = centro-stella disponibile in uscita)



Yy

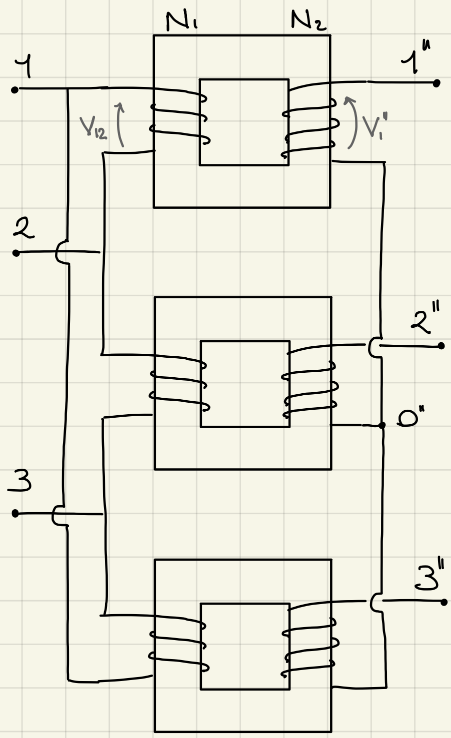


$$\frac{V_{12}}{V''_{12}} = \frac{N_1}{N_2}$$

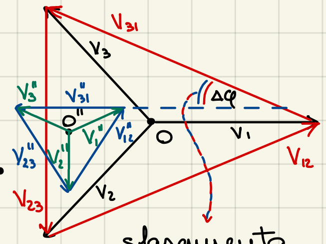
$V_1 = V_{12}/\sqrt{3}$

$V''_1 = N_2/N_1 \cdot V_1$

$V''_{12} = \sqrt{3}\, V''_1$



Dy

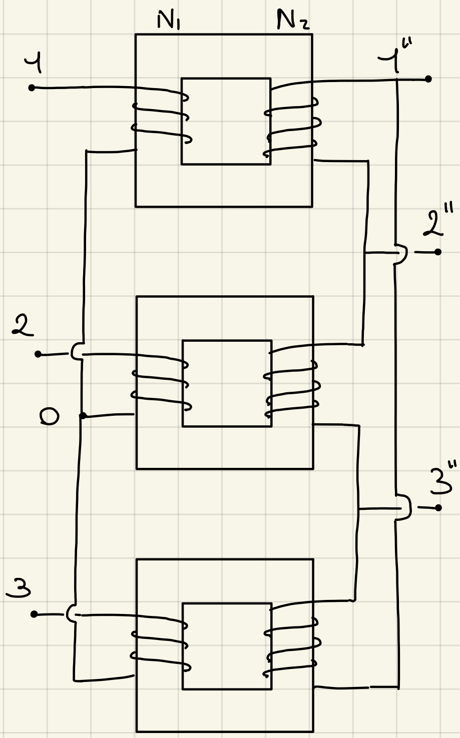


sfasamento fra concatenate primarie e secondarie:

$\Delta\varphi = n \cdot 30°$; $n \in [0, 11]$

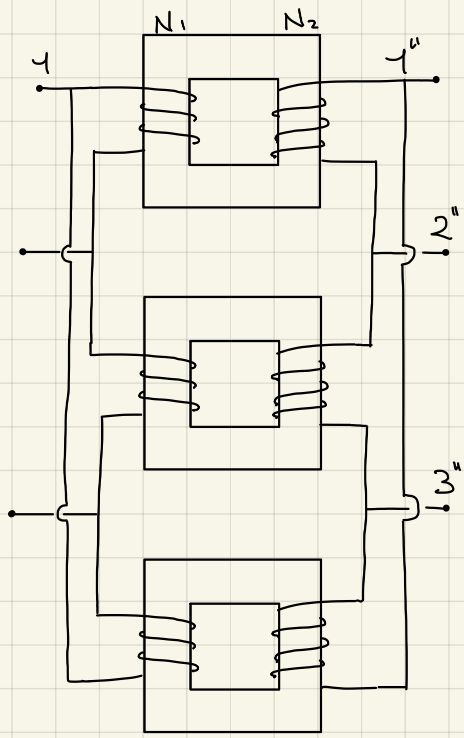
n = gruppo del trasformatore

$$\frac{V_{12}}{V''_{12}} = \frac{N_1}{\sqrt{3}\, N_2}$$



Yd

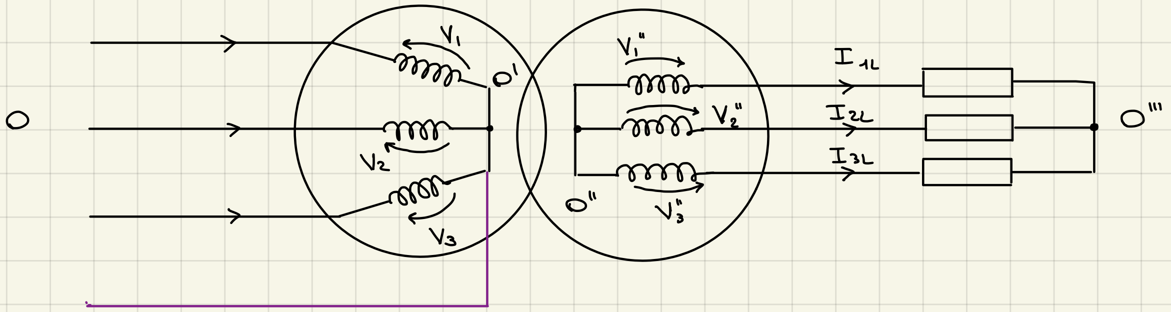
$$\frac{V_{12}}{V''_{12}} = \sqrt{3}\,\frac{N_1}{N_2}$$



Dd

$$\frac{V_{12}}{V''_{12}} = \frac{N_1}{N_2}$$

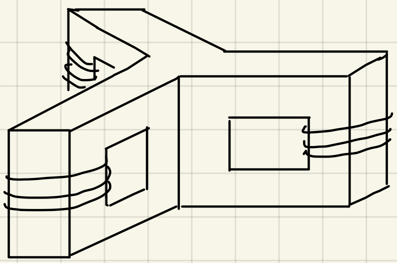
Spostamento del centro-stella di un trasformatore (n)



Se il carico è squilibrato le tre correnti I_{1L}, I_{2L}, I_{3L} saranno diverse e conseguentemente lo saranno anche le tre correnti agli avvolgimenti primari, determinando un $O' \neq O$. Quindi le terne V_1, V_2, V_3 e V_1'', V_2'', V_3'' non sono più simmetriche (né equilibrate).

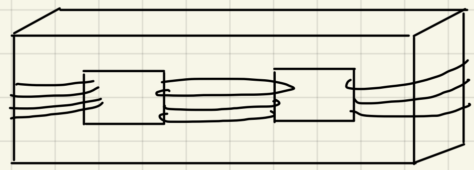
Devo imporre quindi che $O' \equiv O$. Posso farlo:
- collegando i trasformatori a triangolo
- collegando il centro stella O' direttamente a O (filo di neutro)

Trasformatore trimonofase



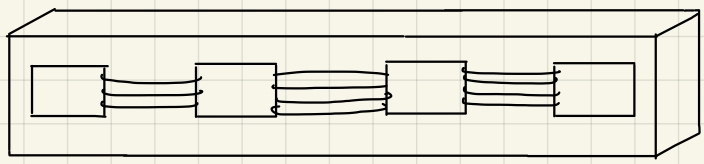
piuttosto ingombrante

Trasformatore a 3 colonne



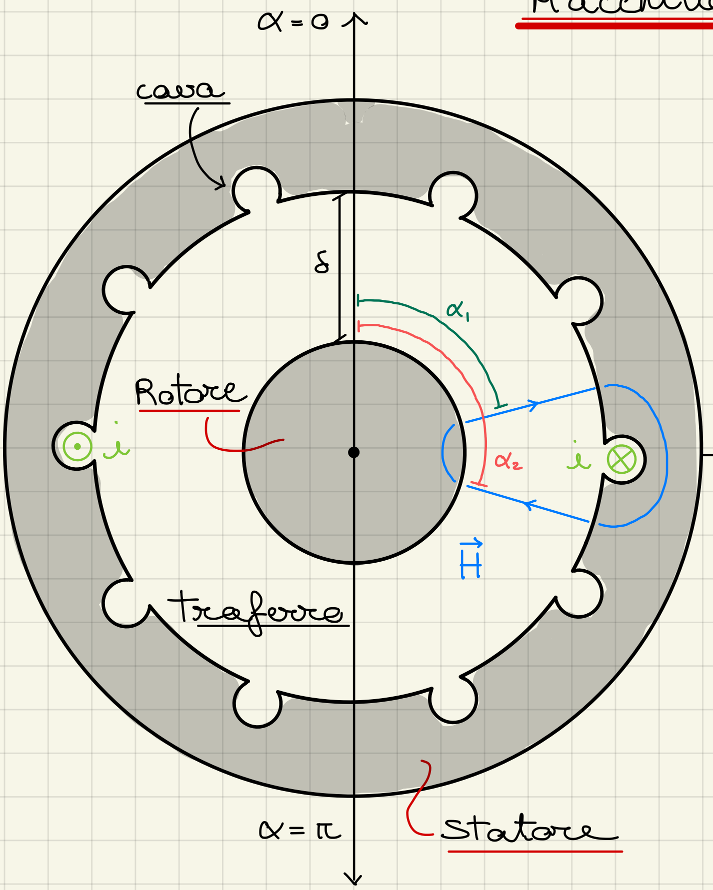
più compatto ma anche più distorcente.

Trasformatore a 5 colonne



meno compatto ma anche meno distorcente (le colonne aggiunte servono per lo scorrimento delle terze armoniche di flusso)

Macchine Rotanti



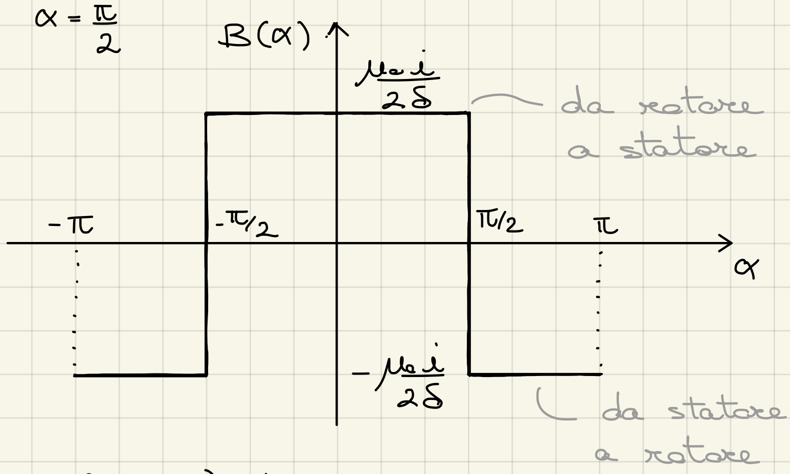
$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \sum_k i_k$$

$\mu_{Fe} \gg \mu_0$

$$H(\alpha_1)\,\delta + \cancel{H_{st}\,\ell_{st}} + H(\alpha_2)\,\delta + \cancel{H_{Ro}\,\ell_{Ro}} = i$$

$$\Longrightarrow \quad |H(\alpha)| = \frac{i}{2\delta}$$

(scegliendo $\alpha = 0$ opportunamente)



B è un'onda quadra di periodo 2π

$\longrightarrow$ posso svilupparlo in serie di Fourier e approssimarlo con la sua prima armonica:

$$\left[B(\alpha) \simeq \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0 i}{2\delta} \cos(\alpha) = \frac{2\mu_0}{\pi\delta} i \cos(\alpha) \right]$$

coeff. di prima armonica

Per aumentare il campo magnetico posso aumentare il numero di spire percorse da corrente per cava:

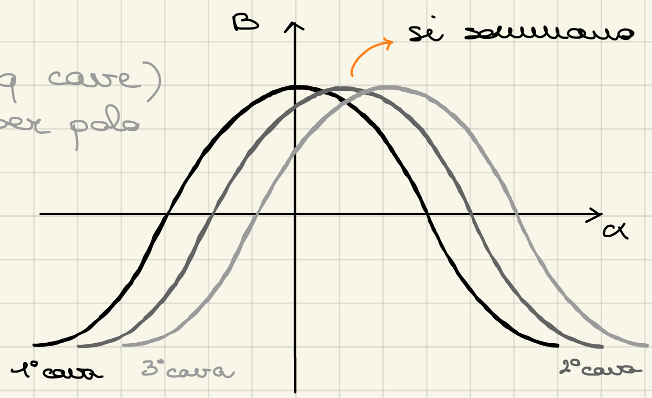
$$B(\alpha) = \frac{2\mu_0}{\pi\delta} z\, i \cos(\alpha) \qquad (z \text{ spire}) \text{ per cava}$$

oppure posso aumentare il numero di cave attraversate da spire:

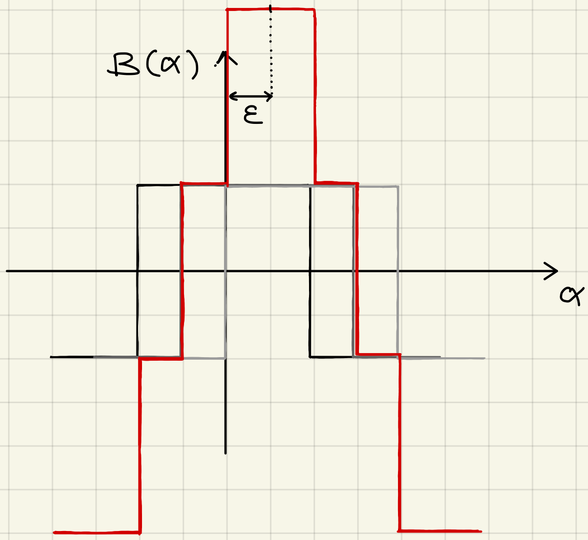
$$\left[B(\alpha) = \frac{2\mu_0 z q \xi}{\pi\delta} i \cos(\alpha - \varepsilon) \right] \qquad (q \text{ cave}) \text{ per polo}$$

$$\bar{\xi} = \xi e^{j\varepsilon} \qquad (\xi < 1)$$

fattore di avvolgimento complesso



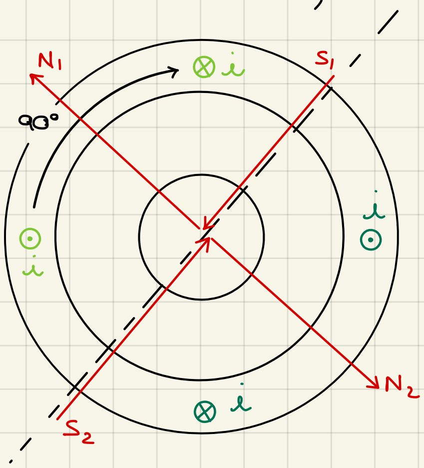
L'approssimazione a 1° armonica di B è ulteriormente giustificata dall'aggiunta di più cave per il passaggio della corrente; infatti le onde quadre delle varie cave si sommano formando una gradinata che è ben approssimata da una sinusoide.



Dal momento che l'asse $\alpha = 0$ è arbitrario, posso porlo in modo tale da rendere $\varepsilon = 0$

$$\longrightarrow B(\alpha) = \frac{2\mu_0 z q \xi}{\pi \delta} i \cos\alpha \longleftarrow$$

Invece che far percorrere al filo conduttore tutti i 180° per farlo rientrare dal lato opposto del rotore, posso richiuderlo ad un angolo inferiore così da lasciare spazio a più coppie polari (gruppi nord-sud)



$$\boxed{B(\alpha) = \frac{2\mu_0 z q \xi}{\pi \delta} i \cos(p \cdot \alpha)}$$ (p poli)

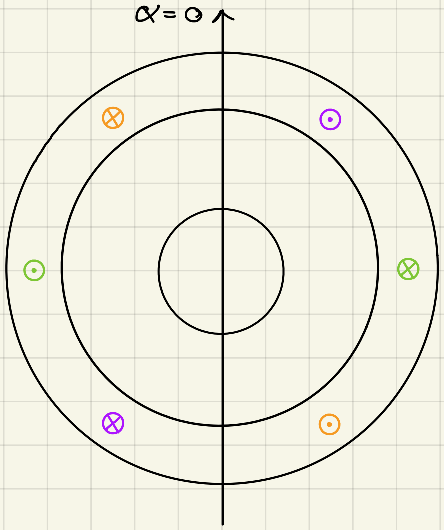
Un diverso numero di coppie polari non cambia l'intensità del campo magnetico ma solo la frequenza con cui si inverte lungo la sezione della macchina.

$p = 2$ coppie polari

Per aumentare il campo magnetico potrei anche ridurre lo spessore del traferro δ, a patto che la struttura lo permetta dal punto di vista meccanico

Macchine rotanti trifase

Lo statore è attraversato da 3 gruppi distinti di avvolgimenti, sfasati tra loro di 120° e percorsi da correnti diverse.



si possono sommare perché H é sempre radiale in tutto il traferro

$$B(\alpha) = B_1(\alpha) + B_2(\alpha) + B_3(\alpha) =$$

$$= \frac{2\mu_0 z q \xi}{\pi \delta} \left\{ i_1 \cos[p\alpha] + i_2 \cos\left[p\left(\alpha - \frac{2\pi}{3p}\right)\right] + i_3 \cos\left[p\left(\alpha - \frac{4\pi}{3p}\right)\right] \right\}$$

$$B(\alpha) = \frac{2\mu_0 z q \xi}{\pi \delta} \left\{ i_1 \cos(p\alpha) + i_2 \cos\left(p\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) + i_3 \cos\left(p\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) \right\}$$

$$\cos(p\alpha) = \mathrm{Re}\left\{ e^{-jp\alpha} \right\}$$

$$B(\alpha) = \frac{2\mu_0 z q \xi}{\pi \delta} \mathrm{Re}\left\{ \left(i_1 + i_2 e^{j\frac{2}{3}\pi} + i_3 e^{j\frac{4}{3}\pi}\right) e^{-jp\alpha} \right\}$$

$$\boxed{\vec{i}_s = K\left(i_1 + i_2 e^{j\frac{2}{3}\pi} + i_3 e^{j\frac{4}{3}\pi}\right)} \quad \text{dove} \quad K = \frac{2}{\underbrace{3}_{m_s}} \quad \left(o\ K = \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$$

vettore spaziale (space vector) o componente simmetrico delle correnti statoriche

$$\boxed{B(\alpha) = \frac{3\mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi \delta} \mathrm{Re}\left\{ \vec{i}_s e^{-jp\alpha} \right\} = \frac{3\mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi \delta} I_s \cos(p\alpha - \psi)} \qquad \vec{i}_s = I_s e^{j\psi}$$

Cambiando i valori di i_1, i_2, i_3 posso determinare il modulo e la fase di B come se fosse controllata da una sola corrente.

Per ricavare le 3 correnti dallo space vector.

$$\begin{cases} i_1 = \mathrm{Re}\{\vec{i}_s\} = \frac{2}{3}\mathrm{Re}\left\{ i_1 + i_2\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + i_3\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right\} \\ \quad = \frac{2}{3}\left(i_1 - \frac{i_2}{2} - \frac{i_3}{2}\right) = \{i_1 + i_2 + i_3 = 0\} = \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2} i_1\right) = i_1 \\ i_2 = \mathrm{Re}\left\{ \vec{i}_s e^{-j\frac{2}{3}\pi} \right\} \text{ analogamente} \\ i_3 = \mathrm{Re}\left\{ \vec{i}_s e^{-j\frac{4}{3}\pi} \right\} \text{ analog.} \end{cases}$$

$$i_K = \mathrm{Re}\left\{ \vec{i}_s e^{-j\frac{2\pi}{m}(K-1)} \right\}$$
m - fasi, K-esima corrente

In generale, in una macchina rotante a m-fasi, ho bisogno di $Q = 2 \cdot q \cdot p \cdot m$ cave totali

e posso esprimere campo magnetico e vettore spaziale delle correnti statoriche come

$$B(\alpha) = \frac{m\mu_0 z_s q_s \xi}{\pi \delta} \mathrm{Re}\left\{ \vec{i}_s e^{-jp\alpha} \right\} \quad e \quad \vec{i}_s = \frac{2}{m_s} \sum_{K=1}^{m} i_K e^{j\frac{2}{m}\pi(K-1)}$$

Es: terna simmetrica di correnti

$$i_1(t) = \bar{I}\cos\omega t$$

$$i_2(t) = \bar{I}\cos(\omega t - \tfrac{2}{3}\pi)$$

$$i_3(t) = \bar{I}\cos(\omega t - \tfrac{4}{3}\pi)$$

$$\vec{i}_s = \frac{2}{3}\left[\bar{I}\cos\omega t + \bar{I}\cos(\omega t - \tfrac{2}{3}\pi)e^{j\frac{2}{3}\pi} + \bar{I}\cos(\omega t - \tfrac{4}{3}\pi)e^{j\frac{4}{3}\pi}\right]$$

$$= \frac{2}{3}\bar{I}\left[\cos\omega t + \left(-\tfrac{1}{2}\cos\omega t + \tfrac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen}\omega t\right)e^{j\frac{2}{3}\pi} + \left(-\tfrac{1}{2}\cos\omega t - \tfrac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen}\omega t\right)e^{j\frac{4}{3}\pi}\right]$$

$$e^{j\frac{2}{3}\pi} + e^{j\frac{4}{3}\pi} = -1$$

$$e^{j\frac{2}{3}\pi} - e^{j\frac{4}{3}\pi} = \sqrt{3}\,j$$

$$= \frac{2}{3}\bar{I}\left[\cos\omega t + \tfrac{1}{2}\cos\omega t + \tfrac{3}{2}j\operatorname{sen}\omega t\right] = \underline{\underline{\bar{I}e^{j\omega t}}}$$

fasore della terna simmetrica $\bar{I} = I e^{j\varphi}$

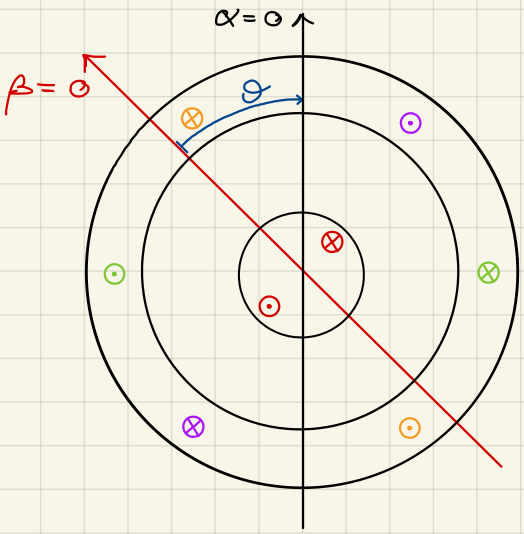
space vector della terna simmetrica

$$\Longrightarrow B(\alpha) = \frac{3\mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi\delta} I\cos(p\alpha - \omega t - \varphi)$$

$$\underbrace{p(\alpha + d\alpha) - \omega(t+dt)}_{B(\alpha+d\alpha,\,t+dt)} = \underbrace{p\alpha - \omega t}_{B(\alpha,t)} \Longrightarrow \underbrace{\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\omega}{p}}$$

la rapidità di distribuzione del campo nel traferro dipende dal numero di coppie polari

Aggiunta delle correnti al rotore



$$B_r(\beta) = \frac{m_r\,\mu_0 z_r q_r \xi_r}{\pi\delta} \operatorname{Re}\left\{\vec{i}_r e^{-jp\beta}\right\}$$

numero di spire, cave, fattore di avvolgimento e fase diverse ma numero di coppie polari uguale rispetto al rotore

$$\vec{i}_r = \frac{2}{m_r}\sum_{k=1}^{m_r} i_{r_k} \cdot e^{j\frac{2\pi}{m_r}(k-1)}$$ vettore spaziale delle correnti rotoriche

$$\alpha = \beta + \vartheta$$ (ϑ varia nel tempo, il rotore ruota)

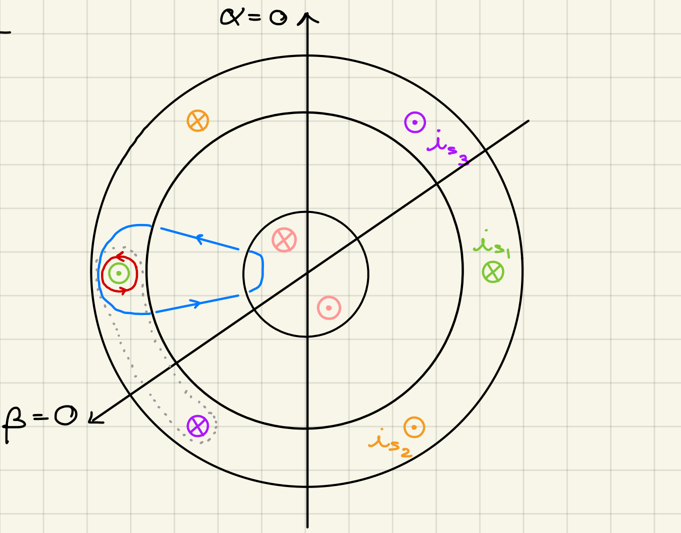
$$B(\alpha) = \frac{3\mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi\delta}\operatorname{Re}\left\{\vec{i}_s e^{-jp\alpha}\right\} + \frac{m_r\,\mu_0 z_r q_r \xi_r}{\pi\delta}\operatorname{Re}\left\{\vec{i}_r e^{jp\vartheta} e^{-jp\alpha}\right\}$$

$$\left[\frac{m_r \mu_0 z_r q_r \xi_r}{\pi \delta} \vec{i}_r = \frac{3 \mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi \delta} \vec{i}_r'\right]$$ riporto le correnti rotoriche allo statore per semplificare l'espressione di B

$$\longrightarrow \vec{i}_r = \frac{3 z_s q_s \xi_s}{m_r z_r q_r \xi_r} \vec{i}_r'$$

$$\Longrightarrow B(\alpha) = \frac{3\mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi \delta} Re\left\{(\vec{i}_s + \vec{i}_r' e^{jp\theta}) e^{-jp\alpha}\right\}$$ riportato allo statore

Modello elettrico della macchina



$$V_{s_1} = R_s i_{s_1} + L_s \frac{d i_{s_1}}{dt} + \frac{d \varphi_{sm_1}}{dt}$$

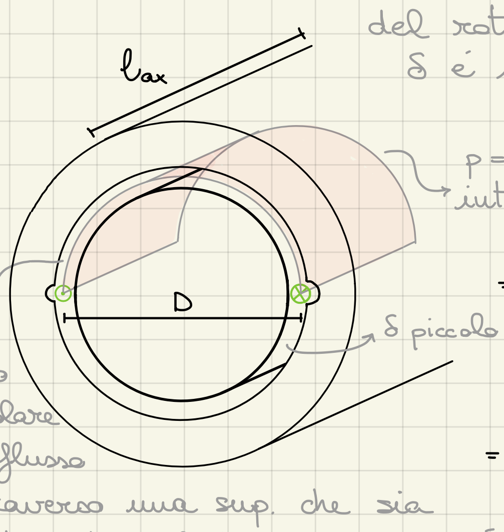
$$V_{s_2} = R_s i_{s_2} + L_s \frac{d i_{s_2}}{dt} + \frac{d \varphi_{sm_2}}{dt}$$

$$V_{s_3} = R_s i_{s_3} + L_s \frac{d i_{s_3}}{dt} + \frac{d \varphi_{sm_3}}{dt}$$

(non considero linee di mutua induttanza tra fasi diverse poiché sarebbero troppo lunghe e quindi poco presenti)

statore trifase simmetrico $(m_s = 3)$

diametro "di alesaggio", corrispondente al diametro del rotore o al diametro interno dello statore quando δ è molto piccolo



devo calcolare il flusso attraverso una sup. che sia contenuta nel traferro perché è dove conosco $B(\alpha)$

$$\varphi_{sm_k} = p\, l_{ax} \frac{D}{2} z_s q_s \xi_s \int_{-\frac{\pi}{2p} + \frac{2}{3p}\pi(k-1)}^{\frac{\pi}{2p} + \frac{2}{3p}\pi(k-1)} B(\alpha)\, d\alpha =$$

p = 1
integro su π

$$= p\, l_{ax} \frac{D}{2} z_s q_s \xi_s \int_{-\frac{\pi}{2p} + \frac{2}{3p}\pi(k-1)}^{\frac{\pi}{2p} + \frac{2}{3p}\pi(k-1)} \frac{3\mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi \delta} Re\left\{(\vec{i}_s + \vec{i}_r' e^{jp\theta}) e^{-jp\alpha}\right\} d\alpha$$

$$= \frac{3 \mu_0 z_s^2 q_s^2 \xi_s^2 D l_{ax}}{\pi \delta} \frac{p}{2} Re\left\{(\vec{i}_s + \vec{i}_r' e^{jp\theta}) \left[\frac{e^{-jp\alpha}}{-jp}\right]_{-\frac{\pi}{2p} + \frac{2\pi}{3p}(k-1)}^{\frac{\pi}{2p} + \frac{2\pi}{3p}(k-1)}\right\}$$

$\frac{2}{p} e^{-j\frac{2}{3}\pi(k-1)}$

$$\varphi_{sm_k} = \underbrace{\boxed{\frac{3 \mu_0 z_s^2 q_s^2 \xi_s^2 D l_{ax}}{\pi \delta}}}_{L_m} Re\left\{\underbrace{\boxed{(\vec{i}_s + \vec{i}_r' e^{jp\theta})}}_{\vec{i}_{\mu s}} e^{-j\frac{2}{3}\pi(k-1)}\right\}$$

$$\longrightarrow \varphi_{sm_k} = L_m i_{\mu s_k}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} V_{s_1} = R_s i_{s_1} + L_s \dfrac{di_{s_1}}{dt} + L_m \dfrac{di_{\mu s_1}}{dt} \\ V_{s_2} = R_s i_{s_2} + L_s \dfrac{di_{s_2}}{dt} + L_m \dfrac{di_{\mu s_2}}{dt} \\ V_{s_3} = R_s i_{s_3} + L_s \dfrac{di_{s_3}}{dt} + L_m \dfrac{di_{\mu s_3}}{dt} \end{cases}$$

space vector delle tensioni statoriche

$$\boxed{\vec{V}_s = R_s \vec{i}_s + L_s \frac{d\vec{i}_s}{dt} + L_m \frac{d\vec{i}_{\mu s}}{dt}}$$

Stesso calcolo per le correnti rotoriche:

$$V_{r_k} = R_r i_{r_k} + L_r \frac{d i_{r_k}}{dt} + \frac{d\varphi_{rm_k}}{dt}$$

$$\varphi_{rm_k} = \frac{D}{2} l_{ax}\, p\, z_r q_r \xi_r \int_{-\frac{\pi}{2p}+\frac{2\pi}{m_r p}(k-1)}^{\frac{\pi}{2p}+\frac{2\pi}{m_r p}(k-1)} B(\beta)\, d\beta =$$

$$= \frac{D}{2} l_{ax} z_r q_r \xi_r\, p \int_{\dots}^{\dots} \frac{3\mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi\delta} \mathrm{Re}\left\{\left(\vec{i}_s e^{-jp\vartheta} + \vec{i}_r'\right) e^{-jp\beta}\right\} d\beta =$$

$$= \underbrace{\frac{3\mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi\delta} D\, l_{ax} z_r q_r \xi_r}_{L_{m_r}} \mathrm{Re}\left\{\underbrace{\left(\vec{i}_s e^{-jp\vartheta} + \vec{i}_r'\right)}_{i_{\mu_r}} e^{-j\frac{2\pi}{m_r}(k-1)}\right\}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} \varphi_{mr_k} = \dfrac{z_r q_r \xi_r}{z_s q_s \xi_s} \cdot \varphi_{ms_k} \\ \vec{i}_{\mu_r} = \vec{i}_s e^{-jp\vartheta} + \vec{i}_r' = \vec{i}_{\mu_s} e^{-jp\vartheta} \end{cases}$$

space vector delle tensioni rotoriche

$$\boxed{\vec{V}_r = R_r \vec{i}_r + L_r \frac{d\vec{i}_r}{dt} + \frac{z_r q_r \xi_r}{z_s q_s \xi_s} \overset{L_{m_s}}{L_m} \frac{d}{dt}\left(\vec{i}_s e^{-jp\vartheta} + \vec{i}_r'\right)}$$

$$\underbrace{\frac{z_s q_s \xi_s}{z_r q_r \xi_r} \vec{V}_r}_{\vec{V}_r'} = \underbrace{R_r \frac{\overset{m_s}{3} z_s^2 q_s^2 \xi_s^2}{m_r z_r^2 q_r^2 \xi_r^2}}_{R_r'} \vec{i}_r' + \underbrace{L_r \frac{3 z_s^2 q_s^2 \xi_s^2}{m_r z_r^2 q_r^2 \xi_r^2}}_{L_r'} \frac{d}{dt} \vec{i}_r' + L_m \frac{d}{dt}\left(\vec{i}_s e^{-jp\vartheta} + \vec{i}_r'\right)$$

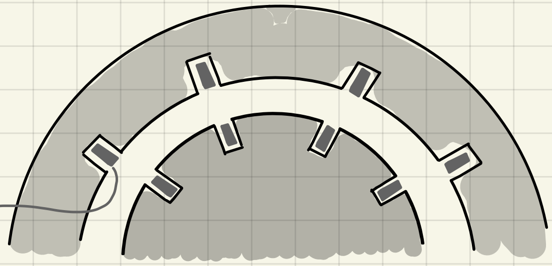
$$\vec{V}_r' = R_r' \vec{i}_r' + L_r' \frac{d}{dt}\vec{i}_r' + L_m \frac{d}{dt}\left(\vec{i}_s e^{-jp\vartheta} + \vec{i}_r'\right)$$

space vector delle tensioni rotoriche riportato allo statore

Modello meccanico della macchina

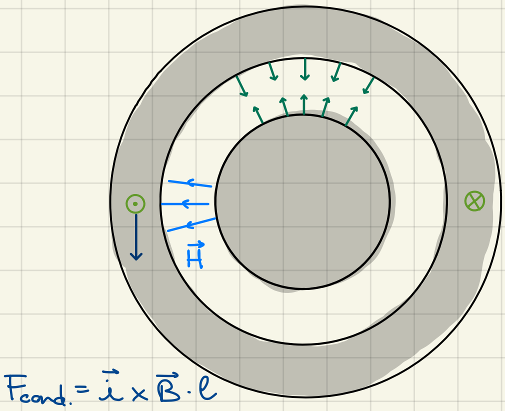
Tipicamente: $m_r = \dfrac{n_b}{p}$ $\quad z_r = q_r = \xi_r = 1$

numero di barre rotoriche



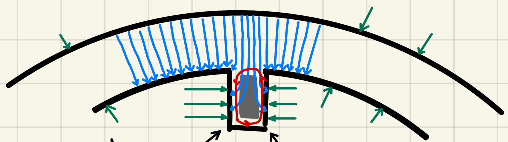
barre per la corrente

Forze nelle macchine: forze di Lorentz e forze sulle superfici di discontinuità



→ sono tangenziali, forniscono sempre una coppia

→ sono radiali, ma allora non dovrebbero fornire una coppia



⟹ Le forze di discontinuità a sinistra sono maggiori di quelle a destra, quindi si genera una coppia.

In una macchina reale risulta: $F_{p.m.} \simeq 65 - 70\%$ (F di pressione magnetica)

$F_{cond.} \simeq 30 - 35\%$ (F sul conduttore)

campo $\vec{H}$ più forte, forze F_{cond} più intense

Si può dimostrare che calcolare la coppia totale considerando le forze sul conduttore come se le correnti fossero nel traferro e trascurando le forze sulle discontinuità, equivale a calcolare la coppia totale considerando le correnti nelle cave e le forze sulle discontinuità (in pratica sovrastimo una forza mentre ne sottostimo un'altra, così da mantenere la forza totale invariata).

campo $\vec{H}$ più debole, forze F_{cond} meno intense

$$M = \frac{D}{2} \ell_{ax} \sum_{k=1}^{Q} i_k B(\alpha_k)$$

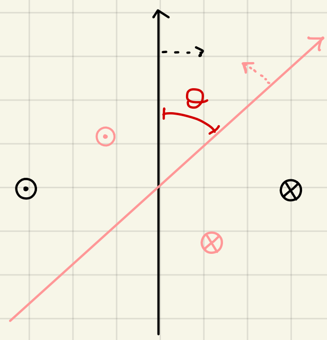
$$\Downarrow$$

$$M = \frac{3}{2} p L_m \, \mathrm{Im}\{\vec{i}_s \vec{i}_r'^{*} e^{-jp\vartheta}\}$$ momento della coppia

\+

$$\vec{V}_s = R_s \vec{i}_s + L_s \frac{d\vec{i}_s}{dt} + L_m \frac{d}{dt}\left(\vec{i}_s + \vec{i}_r' e^{jp\vartheta}\right)$$

$$\vec{V}_r' = R_r' \vec{i}_r' + L_r' \frac{d\vec{i}_r'}{dt} + L_m \frac{d}{dt}\left(\vec{i}_s e^{-jp\vartheta} + \vec{i}_r'\right)$$



$$M - M_r = J \frac{d\omega_r}{dt}$$

$$\vartheta = \int \omega_r \, dt + \vartheta_0$$

In regime stazionario sinusoidale: $\quad \vec{V}_s = \bar{V}_s e^{j\omega t}$ ($\bar{V}_s = V_s e^{j\varphi_{V_s}}$, $\vartheta = \omega t$)

$\vec{i}_s = \bar{I}_s e^{j\omega t}$

I vettori spaziali diventano fasori, a meno di un termine $e^{j\omega t}$

$\vec{V}_r' = \bar{V}_r' e^{j\lambda t}$

$\vec{i}_r' = \bar{I}_r' e^{j\lambda t}$

Vettore spaziale: la fase indica lo sfasamento angolare rispetto a un riferimento nello spazio

Fasore: la fase indica lo sfasamento temporale rispetto a un riferimento nel tempo

ω: pulsazione delle correnti statoriche
λ: " " " rotoriche
ω_r: velocità di rotazione del rotore rispetto allo statore

$$\bar{V}_s e^{j\omega t} = R_s \bar{I}_s e^{j\omega t} + j\omega L_s \bar{I}_s e^{j\omega t} + j\omega L_m \bar{I}_s e^{j\omega t} + L_m \frac{d}{dt}(\vec{i}_r' e^{jp\vartheta})$$

$$\vec{i}_r' e^{jp\vartheta} = \vec{i}_r' e^{jp\omega_r t} e^{jp\vartheta_0} = \bar{I}_r' e^{jp\vartheta_0} e^{j\lambda t} e^{jp\omega_r t} = \bar{I}_r e^{j(\lambda + p\omega_r)t} \ ?$$

$$\bar{V}_s \cancel{e^{j\omega t}} = R_s \bar{I}_s \cancel{e^{j\omega t}} + j\omega L_s \bar{I}_s \cancel{e^{j\omega t}} + j\omega L_m \bar{I}_s \cancel{e^{j\omega t}} + j(\lambda + p\omega_r) L_m \bar{I}_r \cancel{e^{j(\lambda+p\omega_r)t}}$$

Affinché l'equazione sia fasoriale (i.e: a regime) non devo avere dipendenza dal tempo:

$$\Longrightarrow \boxed{\omega = \lambda + p\omega_r} \ \circledast$$

$p\omega_r \rightarrow$ velocità elettrica

$$0 = \bar{V}_r \cancel{e^{j\lambda t}} = R_r' \bar{I}_r \cancel{e^{j\lambda t}} + j\lambda L_r' \bar{I}_r \cancel{e^{j\lambda t}} + j\lambda L_m \bar{I}_r \cancel{e^{j\lambda t}} + j(\omega - p\omega_r) L_m \bar{I}_s \cancel{e^{j(\omega - p\omega_r)t}}$$

stessa condizione $\omega - p\omega_r = \lambda$ $\circledast$

Nelle macchine asincrone:

- $\vec{V}_r = 0$ (rotore chiuso in corto circuito) λ, ω_r qualsiasi
- $\vec{V}_r = V_{DD} e^{j\lambda t}$ (doppia alimentazione) λ, ω_r fissati

Nelle macchine sincrone

- $\vec{V}_r = V_{DD}$ con $\lambda = 0$, $\omega_r = \frac{\omega}{p}$ (velocità di sincronismo)

* campo rotorico e statorico sincroni

STATORE	ROTORE				STATORE
B_s	B_s	L_r	i_r	B_r	B_r
$\frac{\omega}{p}$ *	$\frac{\omega}{p} - \omega_r$	$p\left(\frac{\omega}{p} - \omega_r\right)$	$\omega - p\omega_r$ → λ	$\frac{\omega - p\omega_r}{p}$	$\frac{\omega}{p}$ *

$-\omega_r$ $\qquad$ $+\omega_r$

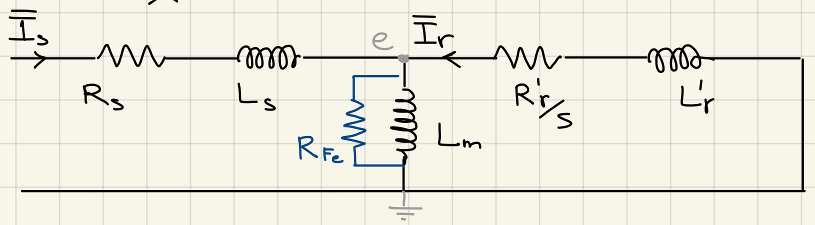
$$M = \frac{3}{2} p L_m \,\mathrm{Im}\left\{ \bar{I}_s e^{j\omega t} \cdot \bar{I}_r^* e^{-j\lambda t} e^{-jp\omega_r t} \right\} = \frac{3}{2} p L_m \,\mathrm{Im}\left\{ \bar{I}_s \bar{I}_r^* \right\}$$

$$\lambda + p\omega_r = \omega$$

$$\bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j\omega L_s \bar{I}_s + j\omega L_m (\bar{I}_s + \bar{I}_r)$$

$$\left[0 = R_r' \bar{I}_r + j\lambda L_r' \bar{I}_r + j\lambda L_m (\bar{I}_s + \bar{I}_r)\right] \times \left[\frac{\omega}{\lambda}\right]$$

$$0 = R_r' \frac{\omega}{\lambda} \bar{I}_r + j\omega L_r' \bar{I}_r + j\omega L_m (\bar{I}_s + \bar{I}_r) \qquad \left(\frac{\lambda}{\omega} = s \ \text{scorrimento}\right)$$



R_{Fe}: perdite nel ferro

circuito equivalente

ROTORE chiuso in CORTOCIRCUITO

Prova a vuoto

termini efficaci

$s \simeq 0$ — misuro V_n, I_0, P_0 $\qquad I_0 \simeq 35-40\%\, I_n$

trifase

$P_0 = P_{Fe} + 3 R_s I_0^2 + P_{a,v}$ ⟶ perdite per attrito e ventilazione

$P_{Fe} = \frac{e^2}{R_{Fe}} \simeq \frac{V_n^2}{R_{Fe}}$ ⟶ P_{Fe} lo ricavo sottraendo a P_0 le perdite in R_s e $P_{a,v}$ che sono note (di solito $P_0 \simeq P_{Fe}$)

$\cos\varphi_0 = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3} V_n I_0}$ $\qquad Q_{Fe} = P_{Fe} \cdot \mathrm{tg}\,\varphi_0$ $\qquad X_m = \frac{V_n^2}{Q_{Fe}}$

Prova "in cortocircuito" | a rotore bloccato

$s = 1$ — misuro V_{cc}, I_n, P_{cc} $\qquad V_{cc} \simeq 20\%\, V_n$

la macchina non si muove

$P_{cc} = 3 R_s I_s^2 + 3 R_r' I_r^2 + \cancel{P_{Fe}} + \cancel{P_{a,v}}$

trascurabili

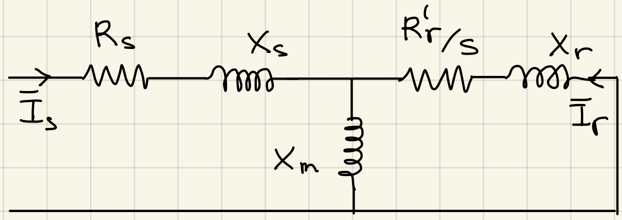
$\simeq 3 (R_s + R_r') I_n^2$ ⟶ $|I_s| \simeq |I_r|$ poiché I_m è sfasato di 90° ed è circa il 20% di I_n

$P_{cc} \simeq P_{cu}$

$Z_{cc} = \frac{V_{cc}}{\sqrt{3} I_n}$ $\qquad X_s + X_r = \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_s + R_r')^2}$ $\qquad (X_s \simeq X_r)$

$$\bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j X_s \bar{I}_s + j X_m (\bar{I}_s + \bar{I}_r)$$

$$0 = \frac{R_r'}{s} \bar{I}_r + j X_r \bar{I}_r + j X_m (\bar{I}_s + \bar{I}_r)$$



$$M = \frac{3}{2} p L_m \, \mathrm{Im}\{\bar{I}_s \bar{I}_r^*\} =$$

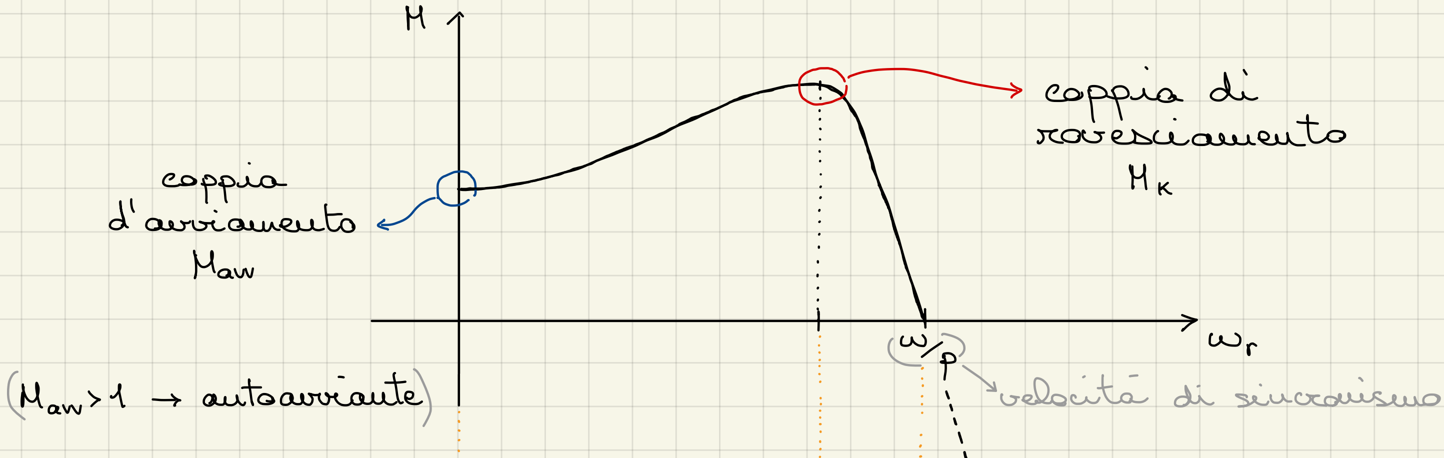
$$= \frac{3}{2} p L_m \, \mathrm{Im}\left\{\bar{I}_r \frac{j\frac{R_r'}{s} - (X_m + X_r)}{X_m} \bar{I}_r^*\right\} =$$

$$= \frac{3}{2} \frac{p}{\omega} \frac{R_r'}{s} I_r^2 = \frac{3 p R_r' I_{r\,eff}^2}{\omega s}$$

$$\bar{I}_r = -\bar{I}_s \frac{j X_m}{\frac{R_r'}{s} + j(X_m + X_r)}$$

$$\bar{I}_s = \bar{I}_r \frac{j\frac{R_r'}{s} - (X_m + X_r)}{X_m}$$

$$|I_r| \simeq |I_s| \longrightarrow \boxed{M \simeq \frac{3p}{\omega} \frac{R_r'}{s} \frac{V_{s\,eff}^2}{\left(R_s + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + (X_s + X_r)^2}}$$



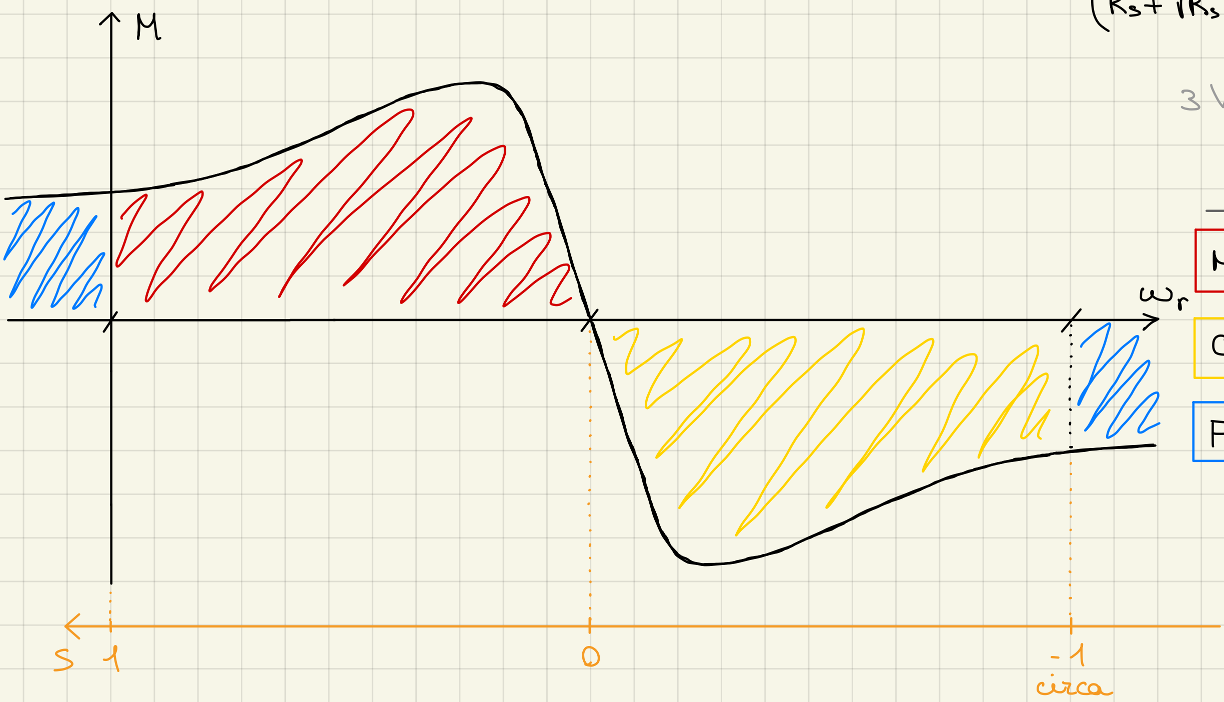
$$s = \frac{\omega - p\omega_r}{\omega}$$

$$M_{avv} = \frac{3p}{\omega} R_r' \frac{V_{s\,eff}^2}{(R_s + R_r')^2 + (X_r + X_s)^2}$$

$$\simeq \frac{3p}{\omega} R_r' \frac{V_{s\,eff}^2}{X_d^2} \longrightarrow X_d = X_s + X_r$$

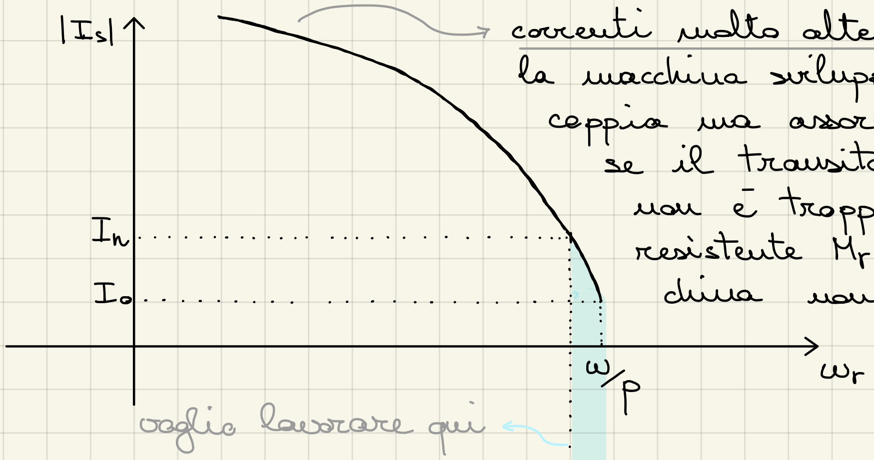
$$\left.\frac{dM}{d\omega_r}\right|_{s = s_K} = 0 \longrightarrow s_K = \pm \frac{R_r'}{\sqrt{R_s^2 + X_d^2}}$$

$$M_K = \frac{3p}{\omega} \sqrt{R_s^2 + X_d^2} \frac{V_{s\,eff}^2}{\left(R_s + \sqrt{R_s^2 + X_d^2}\right)^2 + X_d^2} \simeq \frac{3p}{\omega} \frac{V_{s\,eff}^2}{2 X_d}$$

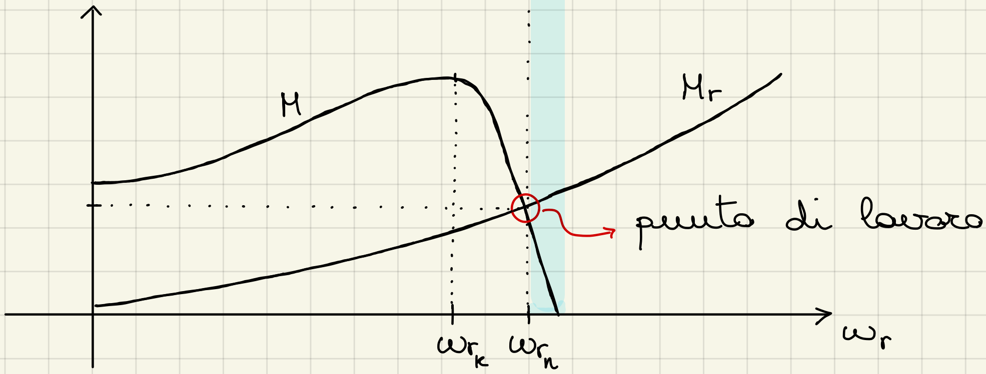


$3 V_{eff} I_{eff} \cos\varphi = P_{el}$ $\qquad$ $M \cdot \omega_r = P_m$

	P_{el}	P_m
M	> 0	> 0
G	< 0	< 0
F	> 0	< 0



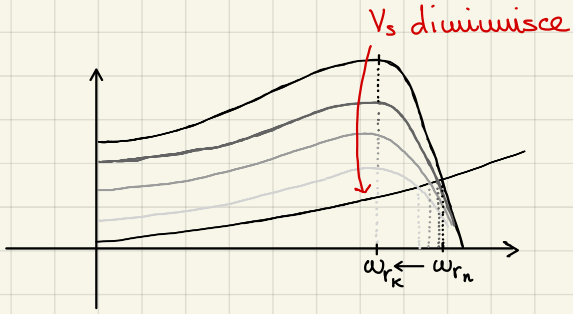
correnti molto alte – all'avviamento la macchina sviluppa una grande coppia ma assorbe molta corrente; se il transitorio d'avviamento non è troppo lento (coppia resistente M_r piccola) la macchina non fa in tempo a riscaldarsi, altrimenti brucia.



Se voglio cambiare la velocità (punto di lavoro) devo variare la coppia motrice M:

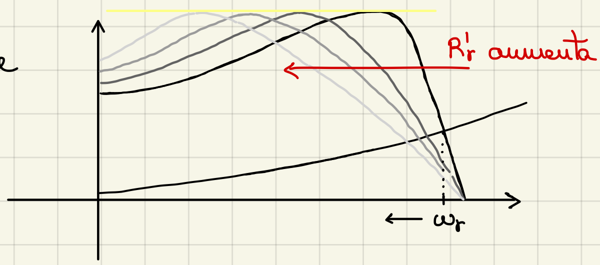
$$M = \frac{3p}{\omega}\,\frac{R_r'}{s}\,\frac{V_{s_{eff}}^2}{\left(R_s+\frac{R_r'}{s}\right)^2 + X_d^2}$$

→ Se vario V_s posso cambiare la velocità fino alla velocità di rovesciamento.
- Operazione semplice
- Variazione limitata

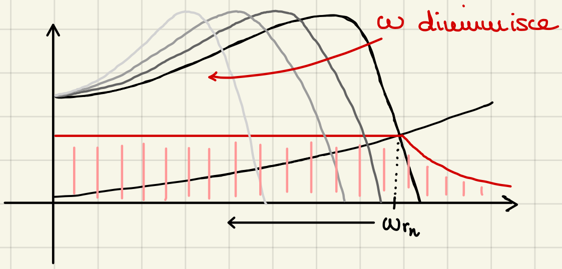


→ Se vario p posso cambiare la velocità di un certo fattore (dimezzarla o raddoppiarla)
- Operazione complessa
- Variazione estesa

→ Se vario R_r' posso cambiar quanto voglio la velocità, tuttavia la diminuzione di ω_r è riconducibile alle perdite nel rame.
Permette inoltre di ridurre la corrente all'avviamento.



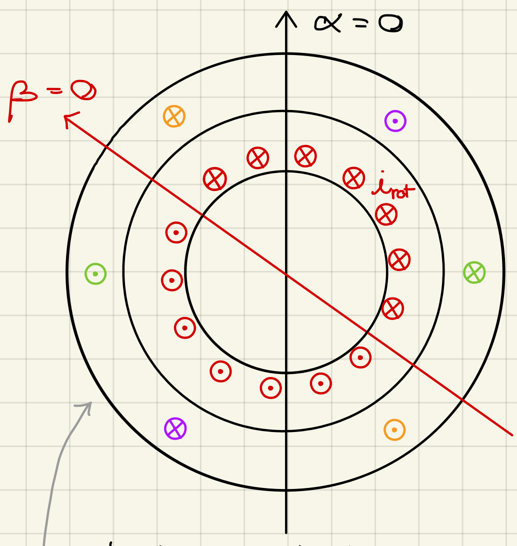
→ Se vario ω (ho bisogno di un inverter) devo anche cambiare la tensione V_s in modo proporzionale. Infatti, essendo $V_s \simeq \omega \cdot \phi$, riducendo solo la pulsazione il flusso aumenta ma solo fino alla saturazione, per cui devo anche ridurre V_s; aumentando la pulsazione si riduce il flusso che comporta una diminuzione della coppia, per cui devo anche aumentare V_s ma solo fino a V_n: oltre V_n se aumento la pulsazione diminuisco la coppia disponibile. La variazione di ω mi permette di cambiare come voglio la velocità, ma a velocità maggiori corrispondono coppie minori



R_s non si varia poiché influisce poco sulla regolazione della coppia quando lo scorrimento è circa 0, cioè vicino al punto di lavoro. Infatti $M \propto \dfrac{1}{(R_s + \frac{R_r'}{s})^2} \simeq \dfrac{s^2}{R_r'^2}$ se $R_r' \simeq R_s$

X_d è generalmente difficile da modificare per cui non si varia.

Macchine sincrone

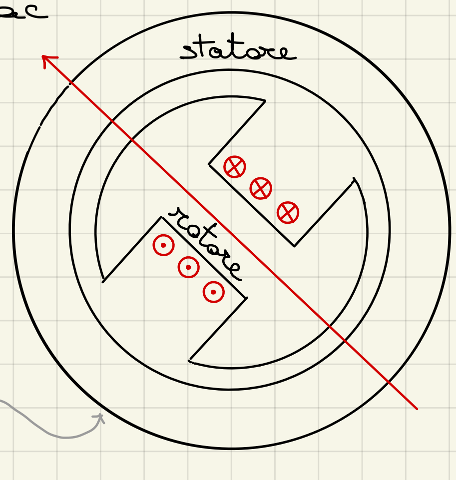


statore trifase
rotore monofase

macchina sincrona cilindrica (isotropa)

La struttura della macchina sincrona è la stessa di quella asincrona, per le macchine isotrope (cioè la lunghezza di campo è la stessa in tutto il traferro).

Esistono macchine sincrone anisotrope, come la macchina "a poli salienti", che hanno una struttura leggermente diversa



macchina sincrona "a poli salienti" (anisotropa)

Nella macchina sincrona l'avvolgimento rotorico é monofase e alimentato in continua $\Longrightarrow$ (a regime) il campo rotorico e sempre in fase con il rotore stesso (non posso spostare l'asse del campo rispetto a quello fissato dagli avvolgimenti).

$$\vec{i}_r = \frac{2}{1} i_{rot} = 2 i_{rot}$$ (non c'é il termine $e^{j\vartheta}$ $\Longrightarrow$ lo space vector delle correnti rotoriche non controlla la fase)

$$\vec{i}'_r = \vec{i}_r \frac{m_r z_r q_r \xi_r}{3 z_s q_s \xi_s} = \frac{2 i_{rot} z_r q_r \xi_r}{3 z_s q_s \xi_s}$$

$$B(\alpha) = \frac{3 \mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi \delta} \mathrm{Re}\left\{ \left(\vec{i}_s + \vec{i}'_r e^{jp\vartheta}\right) e^{-jp\alpha} \right\}$$

$$\vec{V}_s = R_s \vec{i}_s + L_s \frac{d\vec{i}_s}{dt} + L_m \frac{d}{dt}\left(\vec{i}_s + \vec{i}'_r e^{jp\vartheta}\right)$$ a regime i due campi sono sincroni (e comunque é trascurabile)

$$\vec{V}_r = R_r \vec{i}_r + L_r \frac{d\vec{i}_r}{dt} + \frac{z_r q_r \xi_r}{z_s q_s \xi_s} L_m \frac{d}{dt}\left(\cancel{\vec{i}_s e^{-jp\vartheta}} + \vec{i}'_r\right) = 2 V_{rot}$$

L'avvolgimento rotorico nella macchina sincrona ha la funzione di generare e sostenere il campo di "eccitazione" (per cui prende il nome di avvolgimento di eccitazione) mentre lo scambio di energia elettrica a meccanica avviene nell'avvolgimento statorico (per cui prende il nome di avvolgimento di armatura).
Questa divisione nelle macchine asincrone non esiste, essendoci solo 1 avvolgimento alimentato, il quale svolge entrambe le funzioni.

Nella macchina sincrona non c'é bisogno di raffreddare lo statore poiché non é coinvolto nella conversione elettromeccanica dell'energia e non soffre di perdite per isteresi e correnti parassite, essendo alimentato in continua (per cui non é, di solito, fatto di lamierini).

$$\rightarrow \underset{V_{rot}}{V_{ecc}} = R_{ecc} \cdot \underset{i_{rot}}{i_{ecc}} + L_{ecc} \frac{di_{ecc}}{dt} \quad \text{dove} \quad L_{ecc} = L_r + \frac{z_r^2 q_r^2 \xi_r^2}{3 z_s^2 q_s^2 \xi_s^2} L_m$$

Il numero di spire di rotore é molto maggiore rispetto a quello di statore poiché voglio controllare il campo concentrandomi sulle correnti rotoriche

$$\vec{V}_s = R_s \vec{i}_s + L_s \frac{d\vec{i}_s}{dt} + L_m \frac{d\vec{i}_s}{dt} + L_m \frac{z_r q_r \xi_r}{z_s q_s \xi_s}\frac{2}{3}\frac{d}{dt}\left(i_{ecc} e^{jp\vartheta}\right)$$

$$M = \frac{3}{2} p L_m \,\mathrm{Im}\left\{ \vec{i}_s \frac{2 z_r q_r \xi_r}{3 z_s q_s \xi_s} i_{ecc} e^{-jp\vartheta} \right\} =$$

$$= p L_m \frac{2 z_r q_r \xi_r}{3 z_s q_s \xi_s} i_{ecc} I_s \,\mathrm{sen}(\varphi - p\vartheta) \qquad \vec{i}_s = I_s e^{j\varphi} = I_s e^{j(\omega t + \varphi_I)}$$

Passando al dominio dei fasori (terna simmetrica di tensioni statoriche, tensione rotorica continua):

$$\bar{V}_s \cancel{e^{j\omega t}} = R_s \bar{I}_s \cancel{e^{j\omega t}} + (L_s + L_m) j\omega \bar{I}_s \cancel{e^{j\omega t}} + jp\frac{d\vartheta}{dt} L_m \frac{z_r q_r \xi_r}{z_s q_s \xi_s}\frac{2}{3} I_{ecc} e^{jp\vartheta}$$

$$\vartheta = \vartheta_0 + \omega_r \cancel{t}$$

$$\longrightarrow \boxed{\omega = p\omega_r}$$

$$M = p L_m \frac{z_r q_r \xi_r}{z_s q_s \xi_s} I_{ecc} I_s \,\mathrm{sen}\left(\cancel{\omega t} + \varphi_I - p\vartheta_0 - p\cancel{\omega_r t}\right)$$

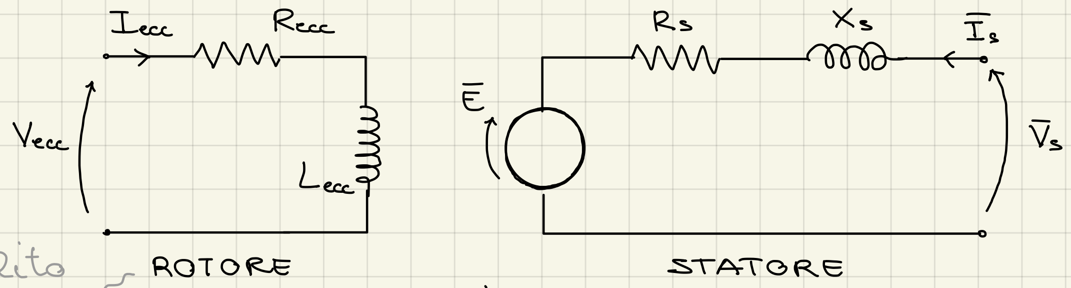
$$\longrightarrow \bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j\omega \underset{\uparrow}{L_s}\!\!\overset{}{}\bar{I}_s + \underbrace{j\omega L_m \frac{z_r q_r \xi_r}{z_s q_s \xi_s}\frac{2}{3} I_{ecc} e^{jp\vartheta_0}} \qquad (L_s \to L_s + L_m)$$

$$\bar{E} = j\omega L_m \frac{z_r q_r \xi_r}{z_s q_s \xi_s}\frac{2}{3} I_{ecc} e^{jp\vartheta_0} = E\, e^{j\delta}$$ tensione indotta (dal campo rotorico rotante sul circuito statorico)

$$\Longrightarrow \bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j X_s \bar{I}_s + \bar{E}$$

$$V_{ecc} = R_{ecc} I_{ecc}$$ (nel dominio dei fasori, a regime $\frac{di_{ecc}}{dt} = 0$)

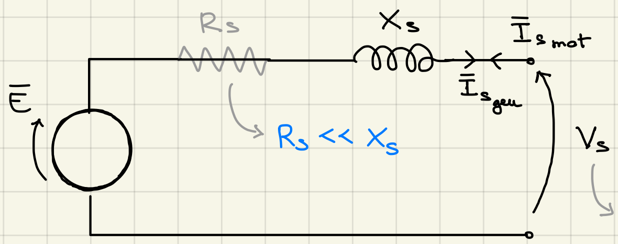
$$\Longrightarrow M = \frac{3}{2}\frac{p}{\omega} E I_s \,\mathrm{sen}\left(\varphi_I - \delta + \frac{\pi}{2}\right) = 3\frac{p}{\omega} E_{eff} I_{s\,eff} \cos(\varphi_I - \delta)$$



di solito non si rappresenta

circuito equivalente

$$P_m = M \cdot \underset{\downarrow\ \frac{\omega}{p}}{\omega_r} = 3 E_{eff} I_{s\,eff} \cos(\varphi_I - \delta)$$



$V_s = \bar{E} + j X_s \bar{I}_s$ conv. motore → $V_s = E\cos\delta + X_s I_s \operatorname{sen}\varphi$; $0 = E \operatorname{sen}\delta + X_s I_s \cos\varphi$

$V_s = \bar{E} - j X_s \bar{I}_s$ conv. generatore

V_s no fasore (fisso l'asse dei tempi in modo che $\varphi_V = 0$)

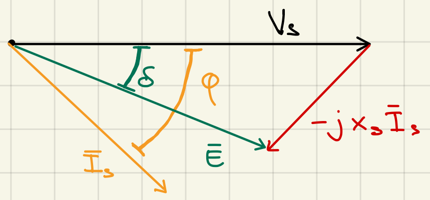
Avendo supposto R_s trascurabile:

$$M = \frac{P_m}{\omega_r} = \frac{P_m}{\omega/p} \cong \frac{P_{el}}{\omega/p} = \frac{3 V_s I_s \cos\varphi}{\omega/p} = -\frac{3 V_s E \operatorname{sen}\delta}{X_s\, \omega/p}$$

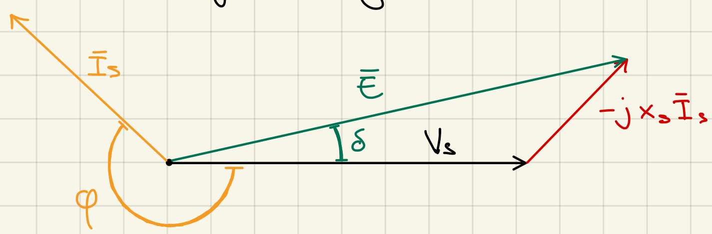
δ è detto angolo di carico

conv. motore

funz. motore

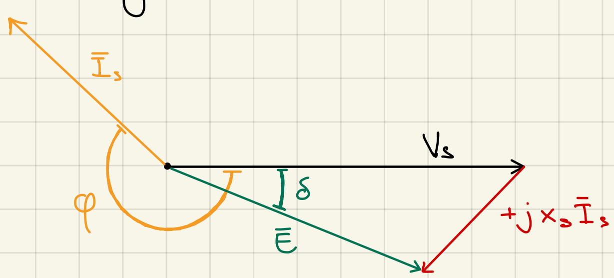


funz. generatore

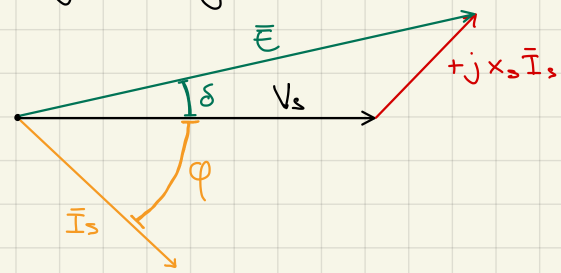


conv. generatore

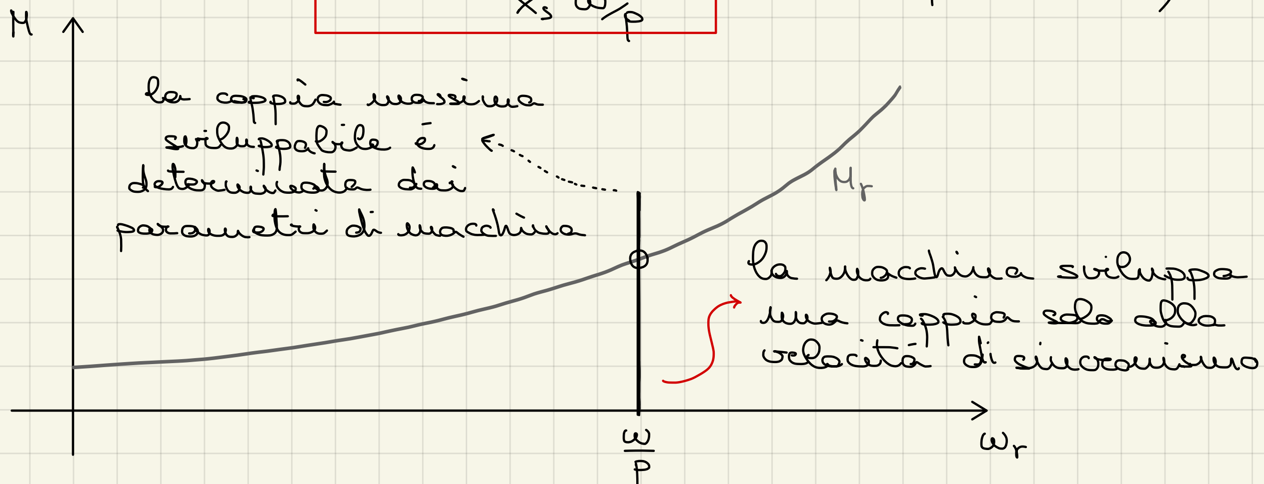
funz. motore



funz. generatore



(motore) $\boxed{M = -\frac{3 V_s E \operatorname{sen}\delta}{X_s\, \omega/p}}$ ($\omega_r = \frac{\omega}{p}$ sempre)



La macchina sincrona non è autoavviante ($M(\omega_r = 0) = 0$).
Ho bisogno di un motorino esterno per portare la velocità ω_r fino a $\frac{\omega}{p}$.

Per regolare la velocità posso solo variare ω e p.
Le coppie polari p sono difficili da modificare.

La pulsazione ω si può variare in modo uniforme con componenti di elettronica di potenza (inverter).
Senza inverter la macchina sincrona viene quindi usata come generatore

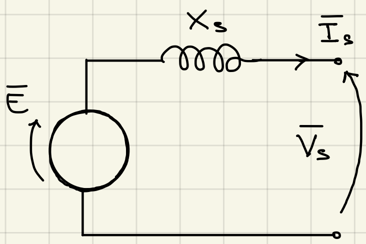
Se siamo in grado di regolare a piacere ω non è più necessario avere una tensione di eccitazione sul rotore che generi il campo indotto e determini la coppia motrice massima. Per questo motivo i motori asincroni più recenti sono "brushless" ovvero non usano più le spazzole strofinanti che forniscano corrente al rottore, bensì è il rotore stesso ad avere dei magneti permanenti che generano il campo indotto (non variabile).

Generatore su rete attiva di potenza prevalente:

rete che impone la tensione istante per istante (non modificata da come ne si usi la potenza); è una rete a potenza "idealmente infinita"

- Sincronizzazione

Quando collego la macchina a $\bar{V}_s$ rischio che $\bar{E}$ e $\bar{V}_s$ siano in antifase per cui la corrente risultante potrebbe essere molto elevata



$$\bar{I}_s = \frac{\bar{E} - \bar{V}_s}{X_s}$$

- Regolazione potenza attiva

La tensione impressa sullo statore e la pulsazione sono determinate dalla rete. L'unico modo per regolare la potenza è variare la coppia (applicata sul rotore).

$$P_{attiva} \cong P_m = \omega_r M$$

Regolazione potenza reattiva

Se vario la coppia per la regolazione di potenza attiva:

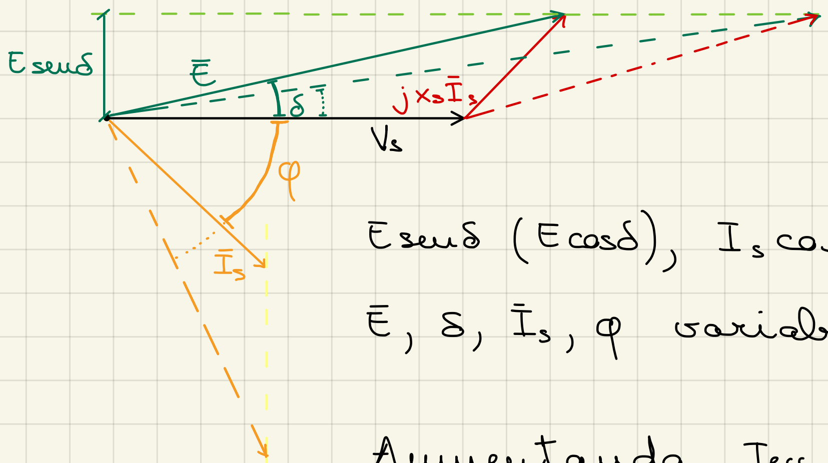
$$M = \frac{3 V_s \overbrace{E}^{\text{costante}} \underbrace{\operatorname{sen}\delta}_{\text{varia}}}{\underbrace{X_s \frac{\omega}{p}}_{\text{costante}}} \qquad E = K \underbrace{I_{ecc}\,\omega_r}_{\text{costante}}$$

$$E \cos\delta = \underbrace{V_s}_{\text{costante}} - X_s I_s \operatorname{sen}\varphi \qquad \Longrightarrow \qquad Q = 3 V_s I_s \operatorname{sen}\varphi$$

$$E \operatorname{sen}\delta = X_s \underbrace{I_s \cos\varphi}_{\text{varia}}$$

Cambiando la coppia cambiano anche $\operatorname{sen}\delta$, quindi anche $I_s \operatorname{sen}\varphi$, quindi anche la potenza reattiva.
Se fornisco potenza attiva assorbo potenza reattiva

Voglio regolare indipendentemente la potenza reattiva (coppia costante).
Se vario la corrente di eccitazione:



$$E = K I_{ecc} \omega_r$$

$$M = \frac{3 V_s E \operatorname{sen}\delta}{X_s \frac{\omega}{p}}$$

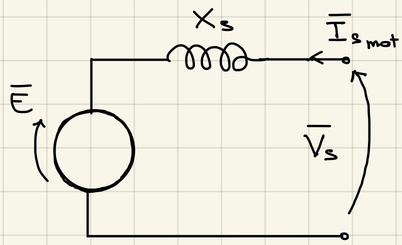
$E \operatorname{sen}\delta$ $(E\cos\delta)$, $I_s \cos\varphi$ $(\operatorname{sen}\varphi)$ costanti.

$\bar{E}$, δ, $\bar{I}_s$, φ variabili.

Aumentando I_{ecc}, la fase di $\bar{I}_s$ si riduce sempre meno fino a un limite di $-90°$ rispetto a V_s.
Diminuendo I_{ecc}, la fase di $\bar{I}_s$ aumenta sempre più fino a un limite di $+90°$ rispetto a V_s.

In entrambi i casi, la potenza reattiva $Q = 3 V_s I_s \operatorname{sen}\varphi$ varia.
Aumentando I_{ecc}, il generatore si comporta sempre più come un condensatore
Diminuendo I_{ecc}, il generatore si comporta sempre più come induttore.

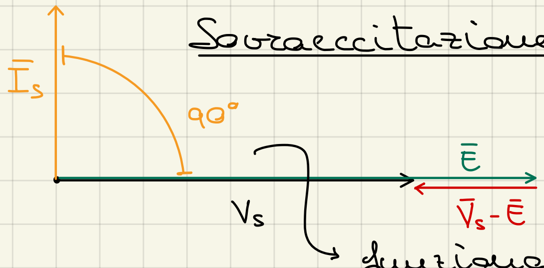
• Compensatore



$$\bar{I}_s = \frac{\bar{V}_s - \bar{E}}{X_s}$$

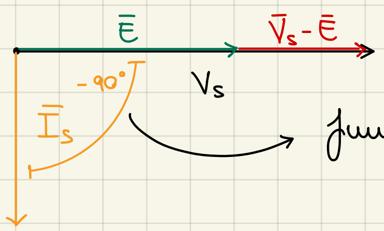
$$M = 0 = \frac{3VE\sin\delta}{X_s \frac{\omega}{p}} \Rightarrow \delta = 0$$

Sovraeccitazione $(E > V_s)$



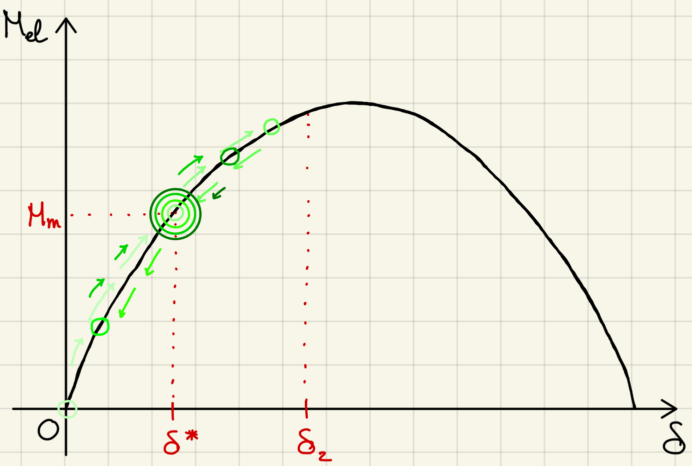
funziona come un induttore variabile

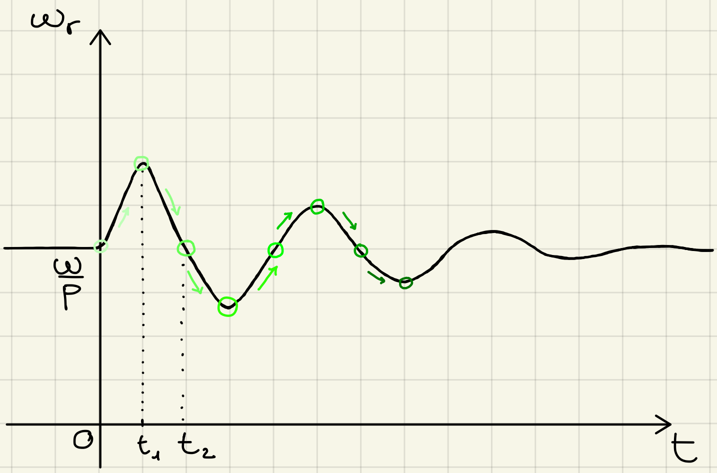
Ipoeccitazione $(E < V_s)$



funziona come un condensatore regolabile

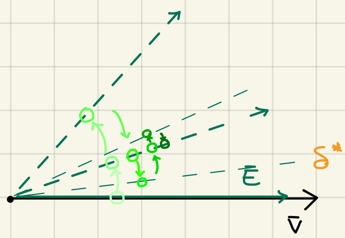
Transitorio di presa di carico





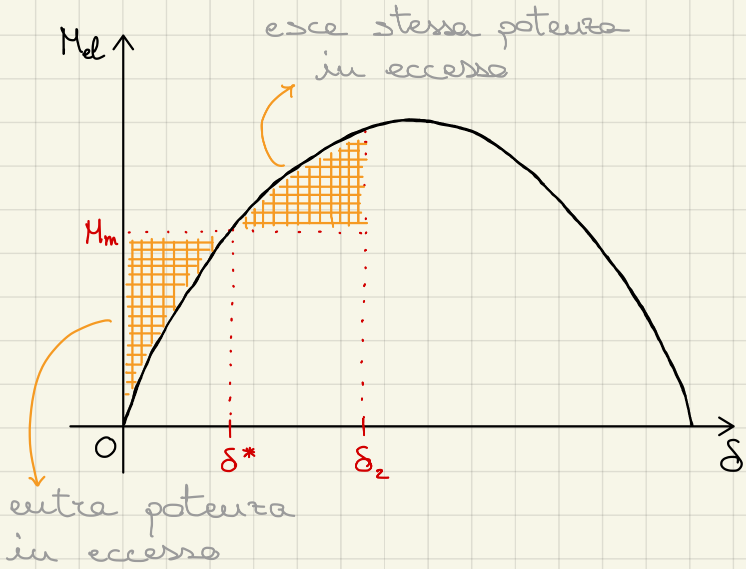
$$M_m - M_{el} > 0 \Longrightarrow \frac{d\omega_r}{dt} > 0$$

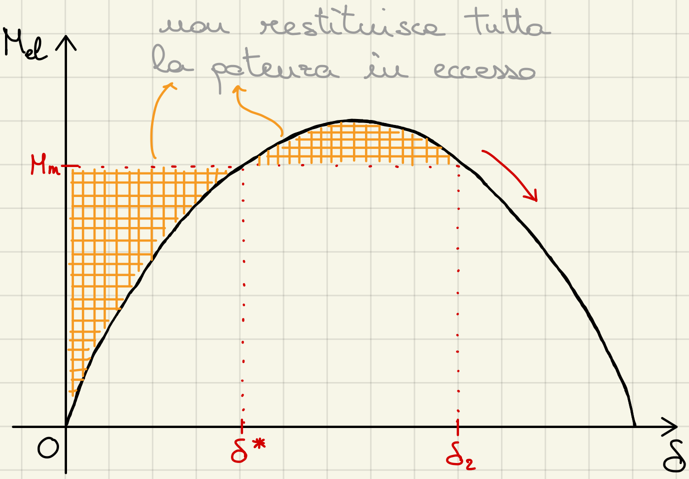
$$\omega_r - \frac{\omega}{p} > 0 \Longrightarrow \frac{d\delta}{dt} > 0$$

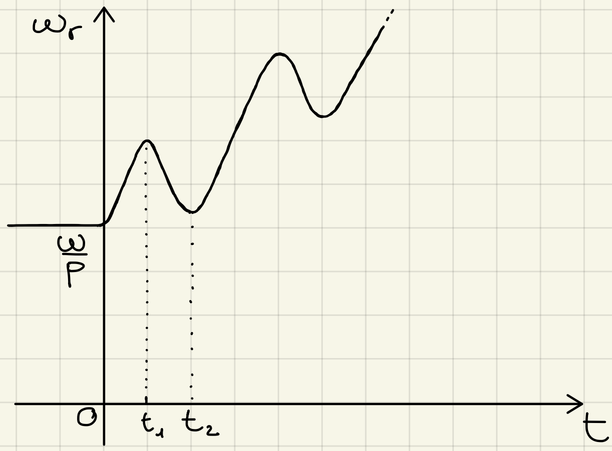


$\delta_0 = 0°$

A causa della dissipazione di potenza nella macchina le oscillazioni pendolari si smorzano col passare del tempo fino a raggiungere la condizione di regime $(\delta = \delta^*,\ \omega_r = \frac{\omega}{p},\ M_{el} = M_m)$

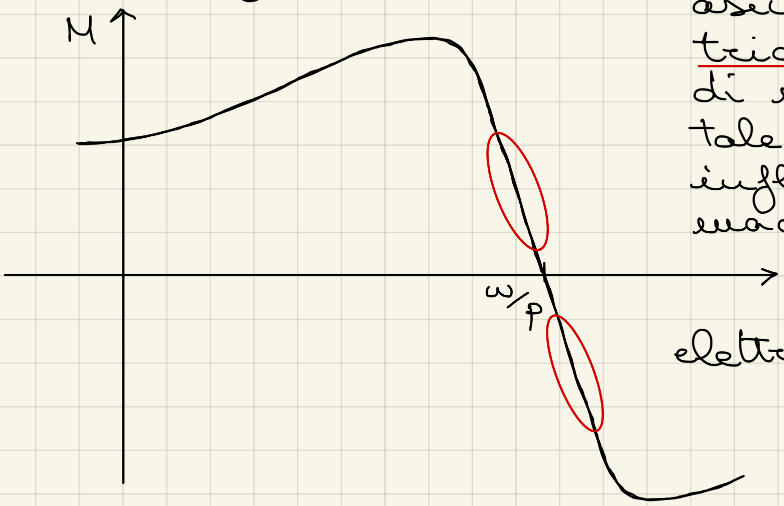






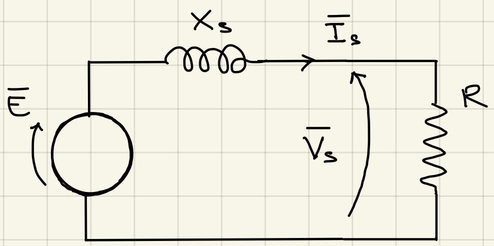
Se applico una coppia motrice (a gradino) troppo elevata, aumento l'energia trasmessa ma riduco il tempo disponibile per ricederlo.
Ciò può comportare che la velocità di macchina ω_r non riesca a raggiungere la velocità di sincronismo $\frac{\omega}{p}$ prima che coppia motrice e elettrica si equivalgano, determinando una crescita perpetua dell'angolo di carico δ e della velocità di macchina (fenomeno di perdita di passo).

Per ridurre il fenomeno delle oscillazioni pendolari si chiude il rotore della macchina sincrona in una gabbia di scoiattolo (come in una macchina asincrona) detta gabbia smorzatrice. Infatti, la caratteristica di una macchina asincrona è tale che a regime ($\omega_r = \frac{\omega}{p}$) non influisce sul comportamento della macchina sincrona, mentre nel transitorio ($\omega_r \neq \frac{\omega}{p}$) fornisce una coppia elettrica che smorza le oscillazioni.



La gabbia smorzatrice inoltre fornisce una coppia positiva all'avviamento ($\omega_r = 0$) permettendo così di avere una macchina sincrona autoavviante.

Generatore su rete passiva



$$P_m = M \cdot \omega_r$$

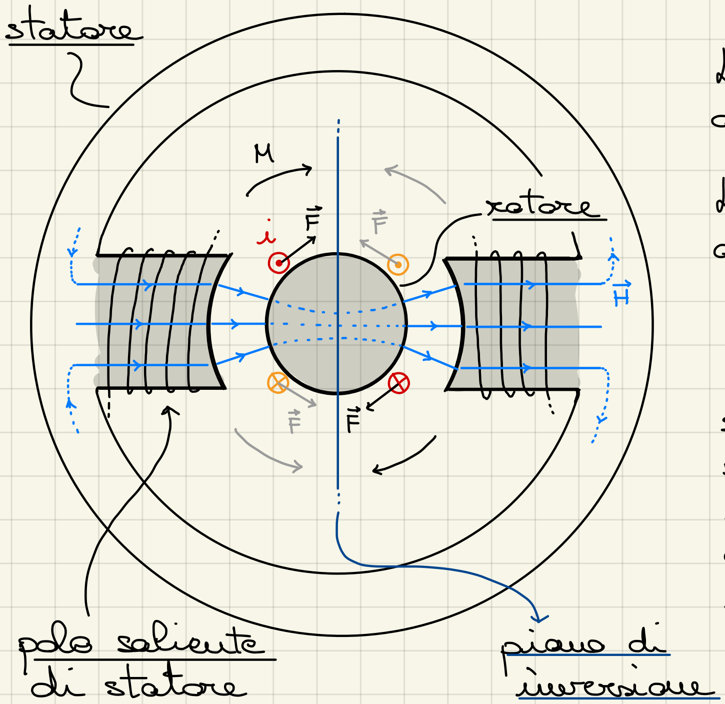
Per regolare la potenza posso variare la coppia o la velocità.

→ Se regolo la velocità ω_r, impongo la pulsazione ω. Per controllare la tensione $\bar{V}_s$ sulla rete devo regolare anche la corrente di eccitazione I_{ecc}

$$\omega = p\,\omega_r \qquad E = K\,\omega_r\,I_{ecc} \qquad V_s = R \cdot \frac{E}{\sqrt{R^2 + X_s^2}}$$

Se regolassi la coppia, non avrei modo di controllare direttamente la tensione sulla rete e quindi la potenza in uscita

Macchina a corrente continua

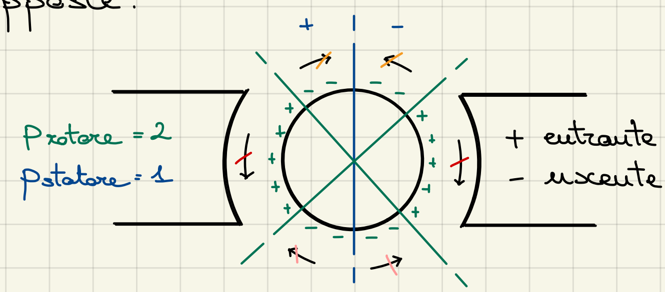


L'avvolgimento di eccitazione è quello di statore

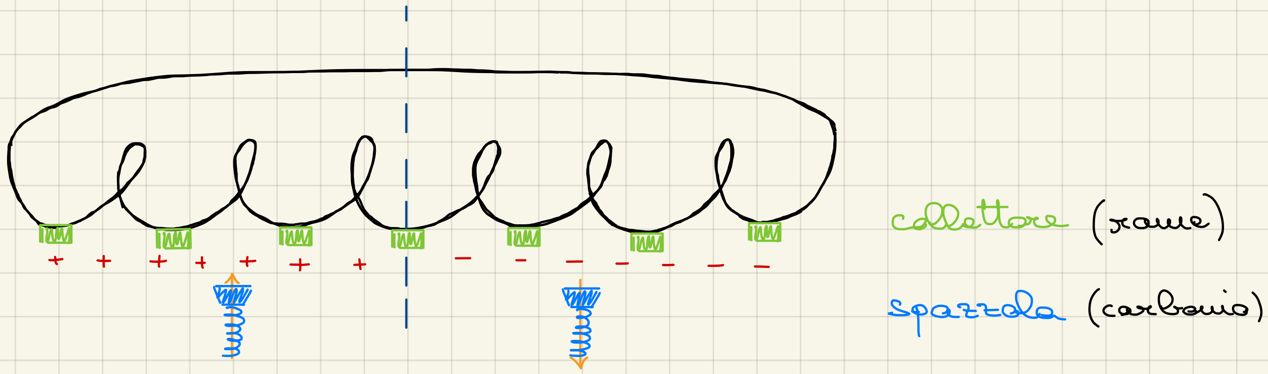
L'avvolgimento di armatura è quello di rotore

Affinché il rotore si muova, è necessario che le correnti nelle due parti individuate dal piano di inversione (piano che separa il campo uscente da quello entrante nel rotore) siano tutte di segno opposto, altrimenti si avrebbero forze che generano coppie opposte.

Inoltre, il numero di coppie polari di statore e rotore deve essere lo stesso



Il fatto che le correnti debbano <u>sempre</u> avere segno opposto dalle due parti del piano di inversione comporta che mentre il rotore ruota le correnti di ciascun avvolgimento debbano cambiare di segno appena attraversato il piano.
Per questo le alimentazioni avvengono attraverso un <u>contatto spazzola-collettore</u>



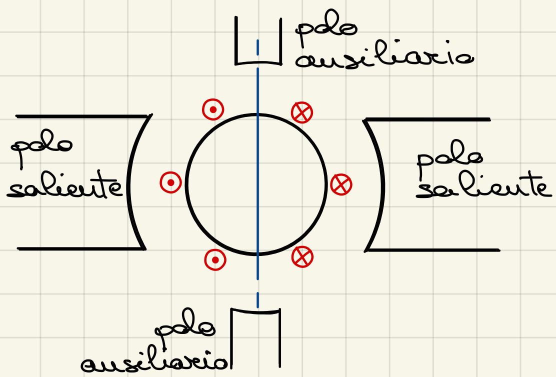
Le spazzole vengono solitamente inserite nello spazio libero fra i poli dello statore

Se la commutazione della corrente nelle spire di avvolgimento avviene troppo rapidamente si possono presentare forti tensioni indotte.

$$e_{comm.} = L_{spira} \cdot \frac{di}{dt}$$

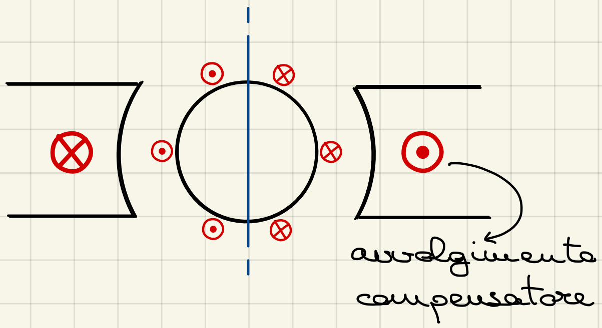
La tensione sarà tanto maggiore quanto più grande è la corrente di avvolgimento (Δi grande), tanto più numerose sono le spire (Δt piccolo) e tanto più velocemente gira il rotore (Δt piccolo).
Se supera la tensione di isolamento (~20 V) si manifesta uno <u>scintillio</u> sotto la spazzola.

Per evitare lo scintillio si applica alle lamelle in prossimità delle spire in commutazione una tensione ausiliaria $e_{aux} \approx -e_{comm}$ attraverso dei poli ausiliari, che saranno più piccoli di quelli salienti e posti a metà strada fra di essi, cioè in corrispondenza dei piani di inversione, e saranno alimentati dalla stessa corrente dell'avvolgimento di armatura in modo da indurre una tensione ausiliaria equivalente a quella indotta.



Il fenomeno di scintillio può anche avvenire quando il momento resistivo aumenta improvvisamente. Infatti, il momento generato dalla macchina a corrente continua varia proporzionalmente con la corrente di armatura. A un aumento repentino della coppia corrisponde una crescita repentina della corrente in tutto l'avvolgimento di armatura e quindi un'arco di scintillio attorno tutto il rotore, detto flash al collettore.
Mentre lo scintillio avviene in modo continuo e solo in corrispondenza delle spazzole, il flash al collettore avviene in un unico istante e attraverso tutto l'avvolgimento di rotore

Per evitare il flash al collettore si introducono degli avvolgimenti compensatori all'interno dei poli salienti dello statore, attraversati dalla stessa corrente dell'avvolgimento di armatura ma con verso opposto, in modo tale da ridurre l'induttanza di armatura complessiva e da compensare la tensione indotta che causa il flash.

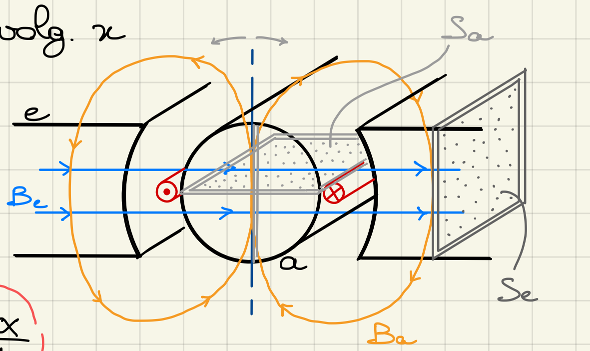


ipotesi di linearità dei circuiti magnetici

$$V_a = R_a i_a + \frac{d\varphi_a}{dt} = R_a i_a + \frac{d\varphi_a^a}{dt} + \frac{d\varphi_a^e}{dt}$$ avvolg. di armatura

$$V_e = R_e i_e + \frac{d\varphi_e}{dt} = R_e i_e + \frac{d\varphi_e^a}{dt} + \frac{d\varphi_e^e}{dt}$$ avvolg. di eccitazione

dove φ_x^y = flusso concatenato con l'avvolg. x generato dalla corrente y



$$\varphi_a^a = L_a i_a$$

angolo fra normale di S_a e $B_e \Rightarrow \alpha \simeq 90°$

$$\varphi_a^e = \int B_e \, dS_a = K B_e S_a \cos\alpha$$

$$\frac{d\varphi_a^e}{dt} = K S_a \underset{\sim 0}{\cancel{\cos\alpha}} \underset{\sim 0}{\frac{\cancel{dB_e}}{dt}} \underbrace{- K B_e S_a \overset{\sim 1}{\cancel{\sin\alpha}} \frac{d\alpha}{dt}}_{E = K_e \Phi \omega_r}$$

$\frac{d\alpha}{dt} = \omega_r$

α varia con la velocità di rotazione ω_r ma è sempre tenuto $\sim 90°$ dal contatto spazzola-collettore per massimizzare la coppia

$$\varphi_e^e = L_e i_e$$

angolo fra normale di S_e e $B_a \Rightarrow \beta \simeq 90°$

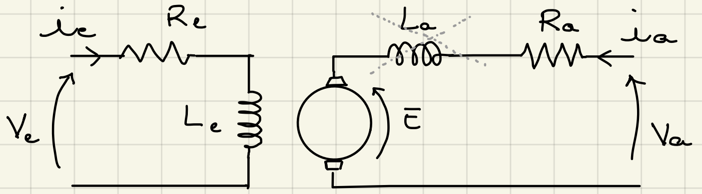
$$\varphi_e^a = \int B_a \, dS_e = K B_a S_e \cos\beta$$

$$\frac{d\varphi_e^a}{dt} = K S_e \underset{\sim 0}{\cancel{\cos\beta}} \frac{\cancel{dB_a}}{dt} - K S_e B_a \sin\beta \underset{\sim 0}{\frac{\cancel{d\beta}}{dt}}$$

β non varia in quanto l'avvolgimento di eccitazione è fermo.

$$\Longrightarrow \quad V_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + E$$

$$V_e = R_e i_e + L_e \frac{di_e}{dt}$$



circuito equivalente

$$E = K_e \phi \, \omega_r$$

$$M = K_m \phi \, i_a$$

$$i_a V_a = R_a i_a^2 + E i_a \qquad \text{(conv. motore)}$$

P_{el} $\quad P_{cu}$ $\quad P_m$

$$P_m = E i_a = K_e \phi \, \omega_r i_a$$

$$P_m = M \omega_r = K_m \phi \, i_a \omega_r$$

NB: posso anche sostituire l'avvolgimento di statore con dei magneti permanenti

→ vantaggi: non ho perdite nel circuito di eccitazione e ho un avvolgimento in meno da alimentare

→ svantaggi: non posso regolare il flusso

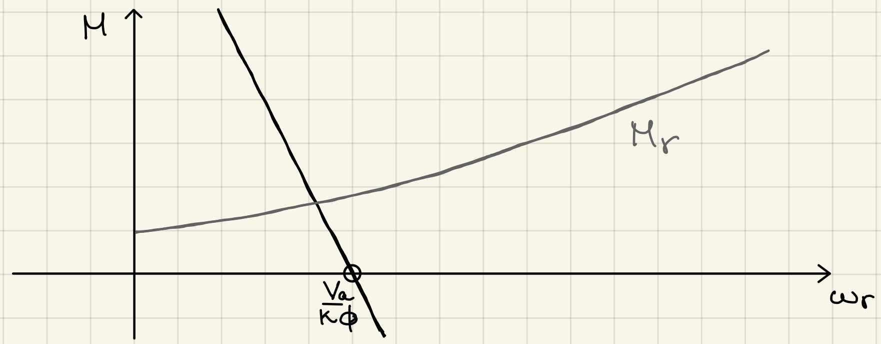
$\phi = L \cdot i_e$

$K \cdot L = K_0$

$$(E = K_0 i_e \omega_r)$$

$$(M = K_0 i_e i_a)$$

$$\left[M = K \phi \, i_a = K\phi \frac{V_a - E}{R_a} = \frac{K\phi V_a}{R_a} - \frac{K^2 \phi^2 \omega_r}{R_a} \right]$$



La macchina a corrente continua é autoavviante, tuttavia la coppia di avviamento é molto elevata e la corrente di armatura all'avviamento, pari a

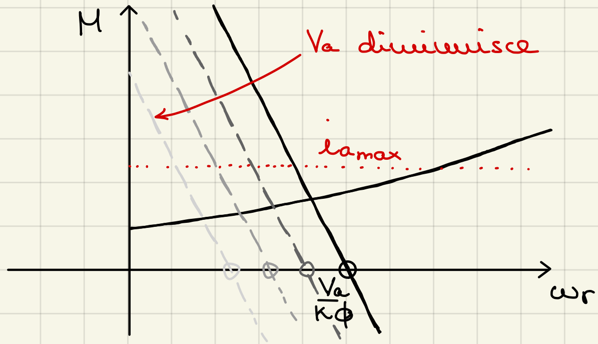
$$i_a = \frac{V_a + E}{R_a} = \frac{V_a}{R_a} + \frac{K\phi\omega_r}{R_a} = \frac{V_a}{R_a} \quad \text{se } \omega_r = 0 \ (\text{o } \phi = 0)$$

é limitata solo dalla resistenza di armatura (piccola) e puó essere molto maggiore della corrente nominale. Ció accade anche quando l'avvolgimento di eccitazione si spegne, cioé $\phi = B_e S_a = 0$

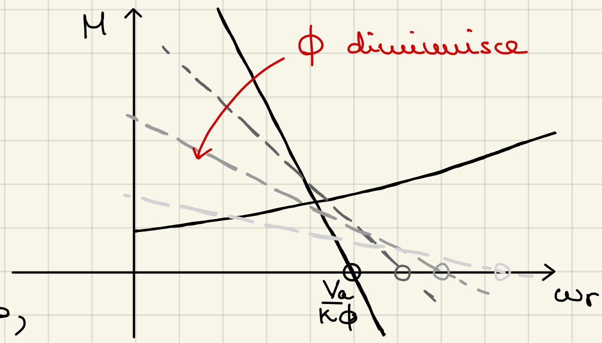
É necessario quindi un sistema che apra il circuito di armatura quando quello di eccitazione dovesse spegnersi

Per regolare la velocitá di macchina, posso:

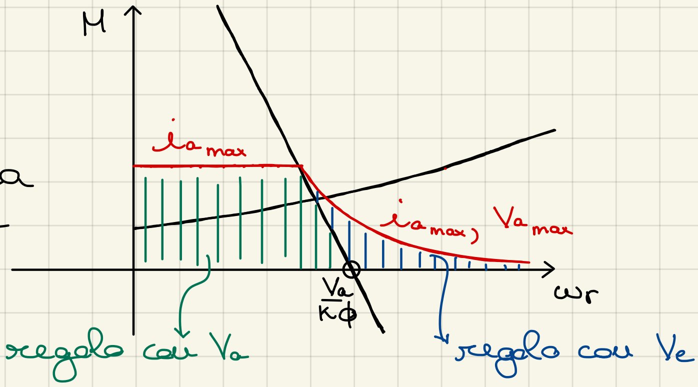
→ variare la tensione di armatura V_a, finché il punto di lavoro rimane in una zona con corrente pari o inferiore alla corrente nominale (o alla corrente massima sopportabile, se per tempi brevi).



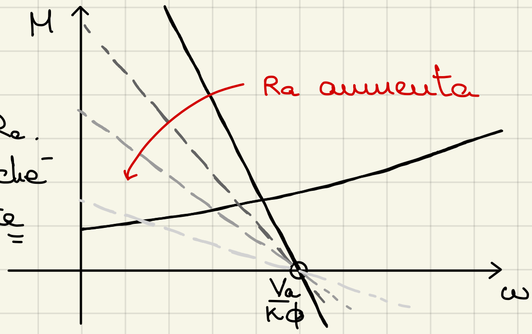
→ variare il flusso di eccitazione ϕ, ovvero la tensione di eccitazione; variare il flusso permette di raggiungere velocità maggiori, a patto di avere coppie resistive più piccole o di aumentare anche la tensione di armatura. Generalmente non si può aumentare il flusso di eccitazione, ma solo diminuirlo, poiché satura.



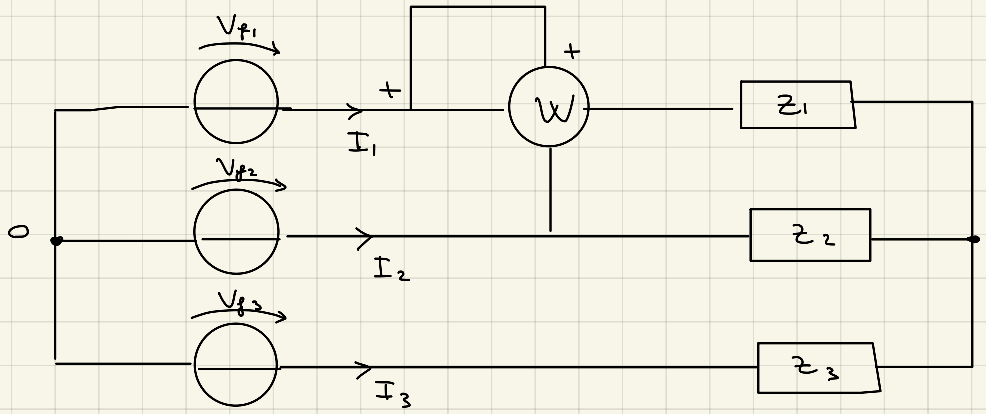
La regolazione di velocità più comune avviene tramite il controllo della tensione di armatura. Infatti, le perdite per effetto Joule nel circuito di armatura sono molto maggiori a quelle nel circuito di eccitazione, per cui è più conveniente ridurre la tensione di armatura piuttosto che quella di eccitazione, finché la regolazione lo permette. Inoltre, essendo l'induttanza di armatura molto minore di quella di eccitazione, la variazione della tensione di armatura ha effetto molto più rapidamente sulla corrente che non la variazione della tensione di eccitazione (ciò è ancora più vero in presenza dell'avvolgimento di compensazione).



Nelle macchine meno recenti, per regolare la coppia all'avviamento si variava la resistenza di armatura Ra. Questo sistema non è più adottato poiché si ottiene lo stesso risultato più efficientemente variando Va.



Esercizi



$\bar{V}_{f_1} = 180V$

$\bar{V}_{f_2} = -j\,180V$

$\bar{V}_{f_3} = j\,180V$

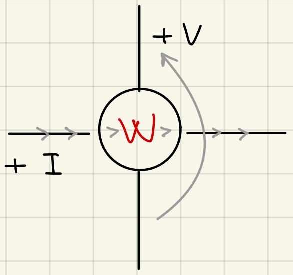
$\bar{Z}_1 = 10\,\Omega$

$\bar{Z}_2 = 20\,\Omega$

$\bar{Z}_3 = (5 + j20)\,\Omega$

$\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$?

P_W ?



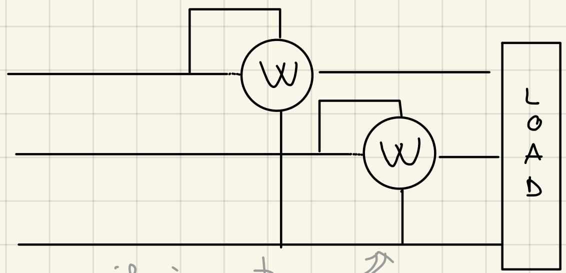
Wattmetro

$$P_W = V I \cos\varphi = \mathrm{Re}\{\bar{V}\,\underline{I}\}$$

$$\bar{S} = P + jQ$$

$$P_W = \mathrm{Re}\{(\bar{V}_{f_1} - \bar{V}_{f_2})\,\underline{I}_1\}$$

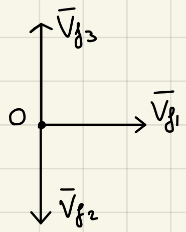
(n - fasi) $\longrightarrow$ (n-1 wattmetri)



riferimento
(deve essere lo stesso per i 2 wattmetri)

$$\begin{cases} \bar{V}_{f_1} - \bar{Z}_1 \bar{I}_1 = \bar{V}_{o'o} \\ \bar{V}_{f_2} - \bar{Z}_2 \bar{I}_2 = \bar{V}_{o'o} \\ \bar{V}_{f_3} - \bar{Z}_3 \bar{I}_3 = \bar{V}_{o'o} \\ \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \frac{\bar{V}_{f_1} - \bar{V}_{o'o}}{\bar{Z}_1} + \frac{\bar{V}_{f_2} - \bar{V}_{o'o}}{\bar{Z}_2} + \frac{\bar{V}_{f_3} - \bar{V}_{o'o}}{\bar{Z}_3} = 0$$

$$\bar{V}_{o'o}\left(\frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2} + \frac{1}{\bar{Z}_3}\right) = \frac{\bar{V}_{f_1}}{\bar{Z}_1} + \frac{\bar{V}_{f_2}}{\bar{Z}_2} + \frac{\bar{V}_{f_3}}{\bar{Z}_3}$$



$$\bar{V}_{o'o} = \frac{\frac{V_{f1}}{z_1} + \frac{V_{f2}}{z_2} + \frac{V_{f3}}{z_3}}{\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}}$$

$$= (162{,}3 + j\,4{,}67)\ W$$

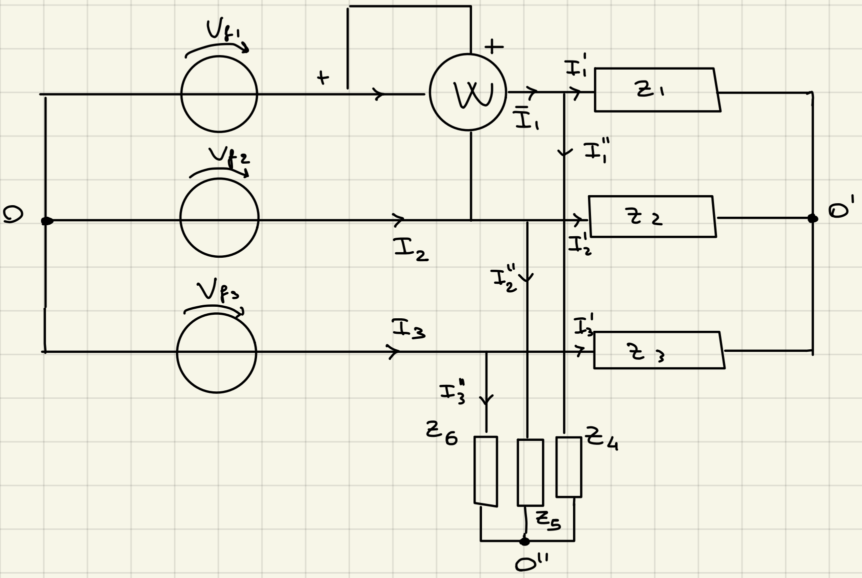
$$I_1 = \frac{V_{f1} - \bar{V}_{o'o}}{z_1} =$$

$$I_2 = \frac{V_{f2} - \bar{V}_{o'o}}{z_2} = (-8{,}1 - j\,9{,}2)\ A$$

$$I_3 = \frac{V_{f3} - \bar{V}_{o'o}}{z_3} = (6{,}3 + j\,9{,}7)\ A$$

$$P_W = \mathrm{Re}\{(\bar{V}_{f_1} - \bar{V}_{f_2})\,\underline{I}_1\} = 234\ W$$

•



$V_{f1} = 180V$ $\quad z_1 = 10\Omega$

$V_{f2} = -j\,180V$ $\quad z_2 = 20\Omega$

$V_{f3} = j\,180V$ $\quad z_3 = (5+j20)\Omega$

$z_4 = (2+j4)\Omega$

$\bar{I}_1$? $\quad z_5 = j\,20\Omega$

P_w ? $\quad z_6 = 30\Omega$

$$\bar{V}_{0'0} = \frac{\frac{\bar{V}_{f1}}{\bar{z}_1} + \frac{\bar{V}_{f2}}{\bar{z}_2} + \frac{\bar{V}_{f3}}{\bar{z}_3}}{\frac{1}{\bar{z}_1} + \frac{1}{\bar{z}_2} + \frac{1}{\bar{z}_3}} = (162,3 + j\,4,7)\,V$$

$$\bar{I}'_1 = \frac{\bar{V}_{f1} - \bar{V}_{0'0}}{\bar{z}_1} = (1,77 - j\,0,47)\,A$$

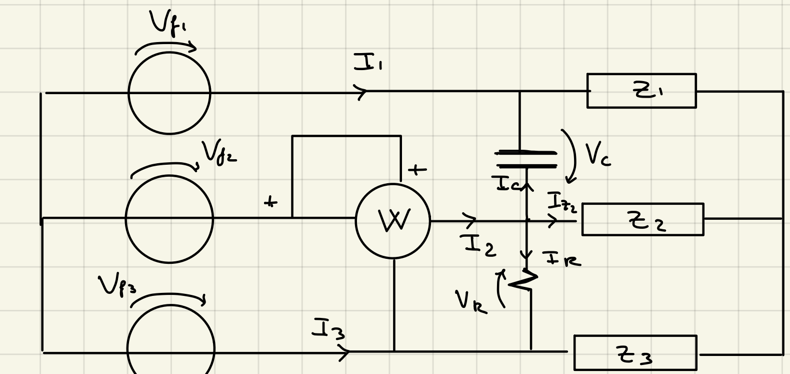
$$\bar{V}_{0''0} = \frac{\frac{V_{f1}}{\bar{z}_4} + \frac{V_{f2}}{\bar{z}_5} + \frac{V_{f3}}{\bar{z}_6}}{\frac{1}{\bar{z}_4} + \frac{1}{\bar{z}_5} + \frac{1}{\bar{z}_6}} = (108,4 - j\,21,8)\,V$$

$$\bar{I}''_1 = \frac{\bar{V}_{f1} - \bar{V}_{0''0}}{\bar{z}_4} = (11,5 - j\,12,1)\,A \Longrightarrow$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}'_1 + \bar{I}''_1 = (13,27 + j\,12,57)\,A$$

$$P_w = Re\{(\bar{V}_{f1} - \bar{V}_{f2})\,\bar{I}_1\} = 126\,W$$

•

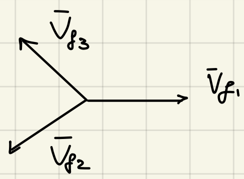


$V_{f1} = 220$ $\quad R = 4\Omega$

$V_{f2} = 220\,e^{-j\frac{2}{3}\pi}$ $\quad X_c = 10\Omega = \frac{1}{\omega C}$

$V_{f3} = 220\,e^{+j\frac{2}{3}\pi}$ $\quad z_1 = z_2 = z_3 = 10\Omega$

P_w ?



$$P_w = Re\{(\bar{V}_{f2} - \bar{V}_{f3})\,\bar{I}_2\}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_R + \bar{I}_c + \bar{I}_{z_2}$$

Rete simmetrica e equivalente $\longrightarrow$ $\bar{V}_{0'0} = 0$

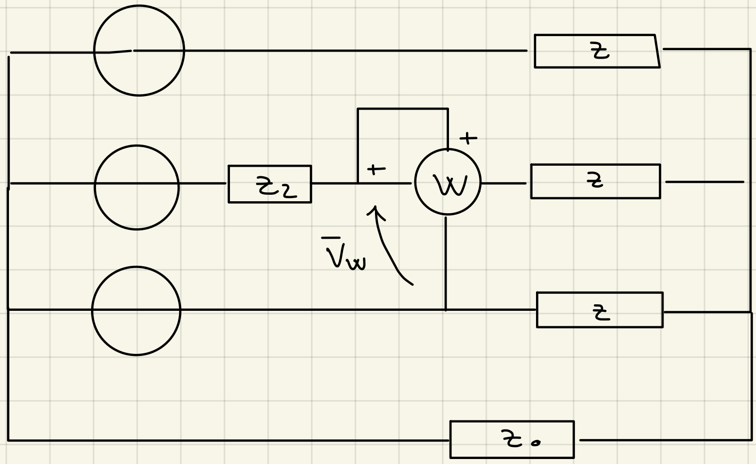
$$\bar{I}_{z_2} = \frac{\bar{V}_{f2}}{\bar{z}_2} = (-19 + j\,11)\,A$$

$$* \quad \bar{z}_c = \frac{1}{j\omega C} = \frac{X_c}{j} = -j\,X_c$$

$$\bar{V}_{f2} - \bar{V}_R - \bar{V}_{f3} = 0 \Longrightarrow \bar{I}_R = \frac{\bar{V}_{f2} - \bar{V}_{f3}}{R} = (-95j)\,A$$

$$\bar{V}_{f1} + \bar{V}_c - \bar{V}_{f2} = 0 \Longrightarrow \bar{I}_c = \frac{\bar{V}_{f2} - \bar{V}_{f1}}{\bar{z}_c *} = (19 - 33j)\,A$$

$$\longrightarrow \bar{I}_2 = (-128j)\,A \qquad P_w = Re\{(\bar{V}_{f2} - \bar{V}_{f3})\,\bar{I}_2\} = 44,5\,kW$$

• 

$\bar{V}_{f_1} = 200\,V$ $\qquad Z = (5 - j\,10)\,\Omega$

$\bar{V}_{f_2} = 200\,e^{-j\frac{2}{3}\pi}$ $\qquad Z_2 = (15 + j\,10)\,\Omega$

$\bar{V}_{f_3} = 200\,e^{j\frac{2}{3}\pi}$ $\qquad Z_0 = (10 - j\,20)\,\Omega$

$P_w = ?$

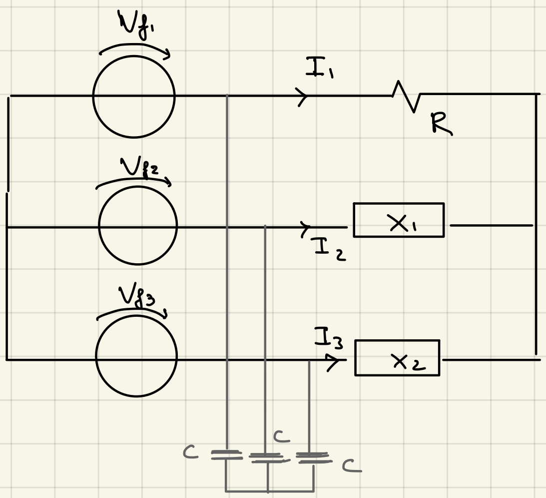
Rete simmetrica ma <u>non</u> equilibrata

$$V_{o'o} = \frac{\frac{V_{f_1}}{\bar{Z}} + \frac{V_{f_2}}{\bar{Z}+\bar{Z}_2} + \frac{V_{f_3}}{\bar{Z}} + \frac{0}{\bar{Z}_0}}{\frac{1}{\bar{Z}} + \frac{1}{\bar{Z}+\bar{Z}_2} + \frac{1}{\bar{Z}} + \frac{1}{\bar{Z}_0}} = (-15{,}6 + j\,62{,}6)\,V$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_{f_2} - \bar{V}_{o'o}}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}} = (-4{,}22 - j\,11{,}8)\,A$$

$$\bar{V}_{f_2} - \bar{I}_2 \cdot \bar{Z}_2 - \bar{V}_w - \bar{V}_{f_3} = 0 \implies \bar{V}_w = (-54{,}6 - j\,127{,}37)\,V$$

$$P_w = Re\{\bar{V}_w \cdot \underline{I}_2\} = 1731{,}9\,W$$

• 

$\omega = 2\pi f$ $\qquad f = 50\,Hz$

$R = 10\,\Omega$ $\qquad V_{f_1} = 220\,V$

$X_1 = 40\,\Omega$ $\qquad V_{f_2} = 220\,e^{-j\frac{2}{3}\pi}\,V$

$X_2 = 30\,\Omega$ $\qquad V_{f_3} = 220\,e^{j\frac{2}{3}\pi}\,V$

→ $\cos\varphi = 0{,}9$ (collegamento a stella) ←

$C\ ?$

$P_{tot} = R \cdot |I_1|^2 \qquad Q_{tot} = X_1|I_2|^2 + X_2|I_3|^2$

$$\bar{S} = \bar{V}\,\underline{I} = \bar{Z}\,\bar{I}\,\underline{I} = \bar{Z}\,|I|^2$$

$$V_{o'o} = \frac{\frac{\bar{V}_{f_1}}{R} + \frac{\bar{V}_{f_2}}{jX_1} + \frac{\bar{V}_{f_3}}{jX_2}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{jX_1} + \frac{1}{jX_2}} = (148 + j\,150)\,V$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_{f_1} - \bar{V}_{o'o}}{R} = (7{,}19 - j\,15)\,A \implies |I_1| = 16{,}7\,A$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_{f_2} - \bar{V}_{o'o}}{jX_1} = (-8{,}5 + j\,6{,}4)\,A \implies |I_2| = 10{,}7\,A$$

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{V}_{f_3} - \bar{V}_{o'o}}{jX_2} = (1{,}35 + j\,8{,}6)\,A \implies |I_3| = 8{,}7\,A$$

$P_{tot} = 2789\ W$

$Q_{tot} = 6850\ VAr$

$S = \sqrt{P^2+Q^2} = 7396\ VA \Rightarrow \cos\varphi = \frac{P}{S} = 0{,}38$

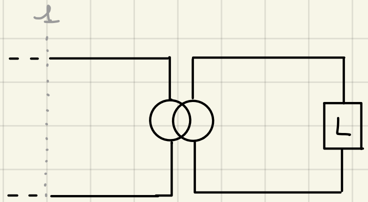
$Q^* = P\tan(\arccos(0{,}8)) = 1350\ VAr$

$Q_C = Q_{tot} - Q^* = 5500\ VAr$

$Q_C = 3\frac{|V_f|^2}{X_C} \Rightarrow X_C = 26{,}4\,\Omega = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C} = 120\,\mu F$

Se invece che il collegamento a stella avessi avuto un collegamento a triangolo, invece che la tensione di fase (V_f) avrei dovuto usare la tensione concatenata ($V_{f_1} - V_{f_2}$)

- Trasf. monofase



$V_{1n} = 6000\ V$

$K = 30$

$R_1 = 8\,\Omega$

$R_2 = 0{,}01\,\Omega$

$L_{d_1} = 0{,}06\ H$

$L_{d_2} = 0{,}13 \cdot 10^{-3}\ H$

$I_0 = 0{,}25\ A$

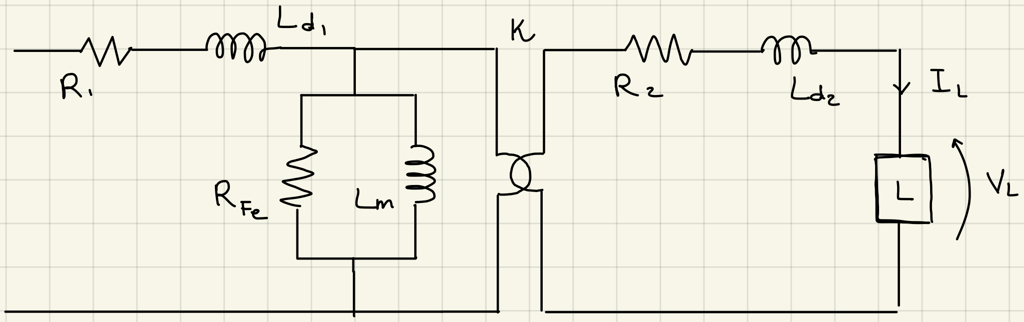
$\cos\varphi_0 = 0{,}2$

$P_1 = 24\ kW$

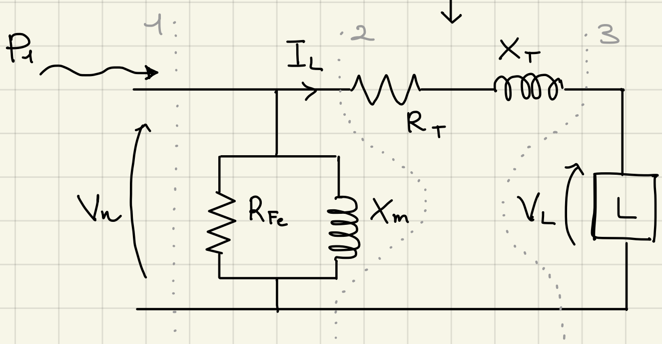
$\cos\varphi_1 = 0{,}8$

$V_L,\ I_L,\ \cos\varphi_L = ?$

$R_T,\ X_T = ?$



circuito semplificato al <u>primario</u>



$R_T = R_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2 = 17\,\Omega$

$X_T = X_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 X_2 = 55{,}61\,\Omega$

$X_1 = \omega L_{d_1} \qquad X_2 = \omega L_{d_2}$

$2\pi f,\ f = 50\,Hz$

Prova a vuoto

$V_n,\ I_0,\ P_0$: $Z_0 = \frac{V_n}{I_0} = \frac{6000}{0{,}25} = 24\,k\Omega \rightarrow P_0 = V_n I_0 \cos\varphi_0 = 300\,W$

trascuro le perdite nell'avvolgimento ($\sim 0{,}5\,W$)

$P_0 \simeq P_{Fe} \longrightarrow R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_0} = 120\,k\Omega$

$Q_0 = V_n I_0 \sin\varphi_0 = 1470\,VAr \longrightarrow X_m = \frac{V_n^2}{Q_0} = 24{,}5\,k\Omega$

1: $P_1 = 24\,kW$

$Q_1 = P_1 \tan\varphi_1 = 18\,kVAr$

2: $P_2 = P_1 - P_{Fe} = 23{,}7\,kW$

$Q_2 = Q_1 - Q_0 = 16{,}53\,kVAr$

3: $P_3 = P_2 - R_T|I_L'|^2 = 23{,}31\,kW$ $\qquad I_L' = \frac{\sqrt{P_2^2 + Q_2^2}}{V_n} = 4{,}82\,A$

$Q_3 = Q_2 - X_T|I_L'|^2 = 15{,}24\,kVAr$ $\qquad V_L' = \frac{\sqrt{P_3^2 + Q_3^2}}{I_L'} = 5778\,V$

$V_L = \frac{V_L'}{K} = 192{,}6\,V$ $\qquad I_L = I_L' \cdot K = 144{,}6\,A$

$\cos\varphi_L = \frac{P_L}{V_L I_L} = 0{,}837$

Trasf. A	Trasf. B	LOAD
$S_A = 30\,kVA$	$S_B = 15\,kVA$	$P_L = 30\,kW$
$V_{1n}/V_{20} = 10000/220$	$V_{1n}/V_{20} = 10000/220$	$V_L = 220\,V$
$V_{cc\%_A} = 4\%$	$V_{cc\%_B} = 6\%$	$\cos\varphi_L = 0{,}9$
$\cos\varphi_{cc_A} = 0{,}45$	$\cos\varphi_{cc_B} = 0{,}4$	

$I_A,\ I_B$?
$\eta_A,\ \eta_B,\ \eta_{TOT}$?

Trasf. A: $I_{2n_A} = \frac{S_A}{V_{20}} = 136{,}4\,A$

$V_{cc},\ I_n,\ P_{cc}$: $Z_A = V_{cc\%_A} \frac{V_{20}}{I_{n_A}} = 0{,}0645\,\Omega$

Prova di cortocircuito

$$R_A = Z_A \cos\varphi_{cc_A} = 0{,}029\,\Omega \qquad X_A = Z_A \operatorname{sen}\varphi_{cc_A} = 0{,}058\,\Omega$$

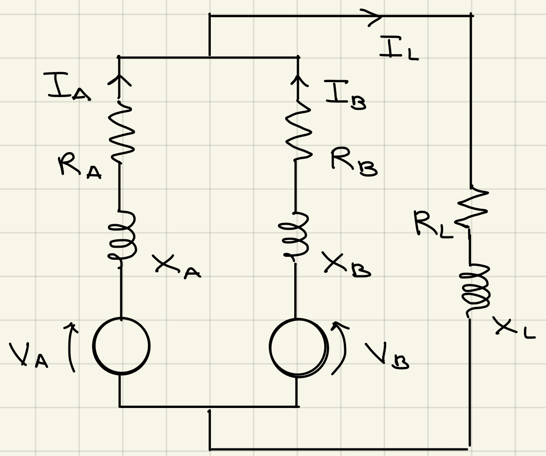
Trasf. <u>B</u> $\quad I_{n_B} = \dfrac{S_B}{V_{20}} \simeq 68{,}2\,A$

$$Z_B = V_{cc\%_B} \frac{V_{20}}{I_{n_B}} = 0{,}194\,\Omega$$

Prova di cortocircuito

$$R_B = Z_B \cos\varphi_{cc_B} = 0{,}077\,\Omega \qquad X_B = Z_B \operatorname{sen}\varphi_{cc_B} = 0{,}178\,\Omega$$

Per effettuare il parallelo:



1) $\left(\dfrac{V_{1n}}{V_{20}}\right)_A = \left(\dfrac{V_{1n}}{V_{20}}\right)_B$

2) $V_{cc\%_A} = V_{cc\%_B}$

3) $\cos\varphi_{cc_A} = \cos\varphi_{cc_B}$

$$I_{L_N} = \frac{P_L}{V_L \cos\varphi_L} = 151{,}5\,A$$

$$R_L = \frac{P_L}{I_{L_N}^2} = 1{,}3\,\Omega$$

$$X_L = R_L \tan\varphi_L \qquad \Longrightarrow \bar{Z}_L = R_L + jX_L$$

$$\bar{Z}_A \bar{I}_A = \bar{Z}_B \bar{I}_B \longrightarrow \bar{I}_B = \frac{\bar{Z}_A}{\bar{Z}_B} \bar{I}_A$$

$$\bar{I}_A + \bar{I}_B = \bar{I}_L$$

$$\bar{V}_A - \bar{Z}_A \bar{I}_A = \bar{V}_B - \bar{Z}_B \bar{I}_B = \bar{Z}_L \bar{I}_L$$

$$\bar{V}_A - \bar{Z}_A \bar{I}_A = \bar{Z}_L(\bar{I}_A + \bar{I}_B) \Longrightarrow \bar{I}_A = \frac{\bar{V}_A}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_L\left(1 + \frac{\bar{V}_A}{\bar{V}_B}\right)} \simeq (99{,}76 - j49{,}144)\,A$$

$$\bar{I}_B = (32{,}4 - j18{,}3)\,A$$

perdite a vuoto trascurabili

$$\eta_A = \frac{P_A}{P_A + P_{cu_A} + \cancel{P_0}} = \frac{Re\{\bar{V}_A \bar{I}_A^*\}}{P_A + R_A|I_A|^2} = 98{,}39\,\%$$

$$\eta_B = \frac{P_B}{P_B + P_{cu_B}} = 98{,}52\,\%$$

$$\eta_T = \frac{P_L}{P_L + P_{cu_A} + P_{cu_B}} = \frac{R_L I_L^2}{R_L I_L^2 + R_A|I_A|^2 + R_B|I_B|^2} = 98{,}47\,\%$$

$$I_{A_{p.u.}} = \frac{I_A}{I_{An}} \simeq \frac{111{,}2}{136{,}4} \simeq 81{,}5\,\% \qquad I_{B_{p.u.}} = \frac{I_B}{I_{Bn}} = \frac{37{,}2}{68{,}2} = 55\,\%$$

Trasf. trifase (Yy)

$S_n = 60\,kVA$ $\quad P_{0\%} = 1\%$

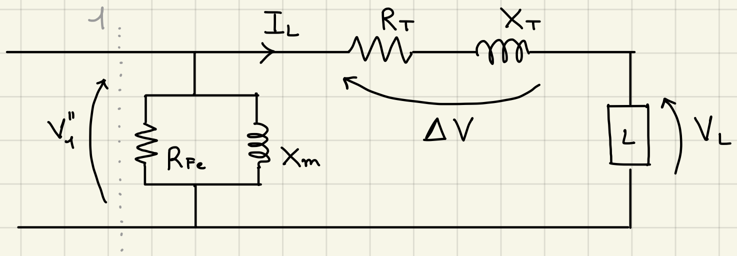
$V_{1n}/V_{20} = 10000/380$ $\quad \cos\varphi_0 = 0{,}2$

$V_1 = ?$ $\quad v_{cc\%} = 4\%$ $\quad V_L = 368\,V$

$\eta = ?$ $\quad P_{cc\%} = 2\%$ $\quad P_L = 25\,kW$

$I_{1p.u.} = ?$ $\quad \cos\varphi_{cc} = 0{,}45$ $\quad \cos\varphi_L = 0{,}6$ (ritardo)

Riporto il circuito al secondario:



$$I_{2n} = \frac{S_n}{\sqrt{3}\,V_{20}} = 91{,}16\,A$$

$$Z_{cc} = V_{cc\%}\,\frac{V_{20}}{\sqrt{3}\,I_{2n}} = 96{,}3\,m\Omega$$

$$R_T = P_{cc\%}\cdot\frac{S_n}{3 I_n^2} = 48{,}1\,m\Omega \longrightarrow X_T = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_T^2} = 83{,}4\,m\Omega$$

A vuoto: $\quad P_0 = P_{Fe} + 3\frac{R_T}{2}^2 I_0^2 \simeq P_{Fe} = P_{0\%}\,S_n = 600\,W$

$$Q_0 = P_0 \tan\varphi_0 = 2939\,VAr$$

$$\Delta V \simeq \sqrt{3}\,(R_T\cos\varphi_L + j\,X_T\,\text{sen}\,\varphi_L)\,I_L'' = 10{,}82\,V$$

$$I_L'' = \frac{P_L}{\sqrt{3}\,V_L\cos\varphi_L} = 65{,}4\,A$$

$$V_1'' = V_L + \Delta V \qquad V_1' = \frac{10000}{380}\,V_1'' = 9968{,}95\,V$$

$$P_1 = P_L + P_T + P_{Fe} = P_L + 3R_T I_L^2 + P_{Fe}\left(\frac{V_1}{V_{1n}}\right)^2 = 26{,}2\,kW$$

$$Q_1 = \underbrace{Q_L}_{P_L\tan\varphi_L \,=\, 33{,}3\,kVAr} + Q_T + Q_0 = Q_L + 3X_T I_L^2 + Q_0\left(\frac{V_1}{V_{1n}}\right)^2 = 37{,}3\,kVAr$$

$$I_1 = \frac{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2}}{\sqrt{3}\,V_1} = 2{,}64\,A \qquad I_{1p.u.} = \frac{I_1}{I_{2n}}\cdot K = 0{,}76$$

$$\eta = \frac{P_L}{P_L + P_{cu} + P_{Fe}} = \frac{25\,kW}{25\,kW + 3R_T I_L^2 + P_{Fe}\left(\frac{V_1}{V_n}\right)^2} = 95{,}4\%$$

- Trasf. trifase YY

$S_n = 100\ kVA$

$V_{1n}/V_{20} = 60000/1000$

$f_n = 50\ Hz$

$V_{cc\%} = 4\%$

$P_{cc\%} = 1\%$

$I_{0\%} = 3\%$

$P_{0\%} = 0{,}6\%$

carico

$V_{Ln} = 1000\ V$

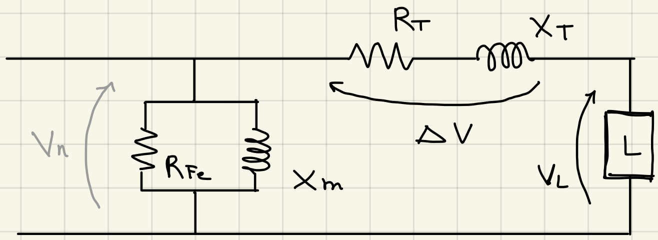
$P_L = 40\ kW$

$\cos\varphi = 0{,}8$ (anticipo)

φ ohmico capacitivo

$V_L = ?$

$\eta_T = ?$



$I_{2n} = \dfrac{S_n}{\sqrt{3}\,V_{20}} = 57{,}74\ A$

$Z_{cc} = V_{cc\%}\,\dfrac{V_{20}}{\sqrt{3}\,I_{2n}} = 400\ m\Omega$

$R_T = P_{cc\%}\,\dfrac{S_n}{3 I_{2n}} = 100\ m\Omega \longrightarrow X_T = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_T^2} = 387{,}3\ m\Omega$

A vuoto: $P_{Fe} \simeq P_0 = \dfrac{P_{0\%}}{100} \cdot S_n = 600\ W$

$Q_0 = P_0 \tan\varphi_0 = 2939\ VAr$

$I_{Ln} = \dfrac{P_L}{V_{Ln} \cdot \cos\varphi\,\sqrt{3}} = 28{,}9\ A$

$\bar{Z}_L = \dfrac{V_{Ln}}{\sqrt{3}\,I_{Ln}}\,e^{-j\varphi} = (16 - j12)\ \Omega$

$\Longrightarrow \bar{I}_L = \dfrac{V_n}{\sqrt{3}\,Z_{eq}} = (23{,}61 + j17)\ A$

$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_L + R_T + jX_T = (16{,}1 - j11{,}6)\ \Omega$

$\bar{V}_L = \bar{Z}_L \bar{I}_L = (1007{,}69 - j\,19{,}61)\ V \longrightarrow V_L = 1007{,}82\ V$

$\Delta V = \sqrt{3}\,(R_T\cos\varphi + j X_T \sin\varphi)\, I_{Ln} = -7{,}63\ V$

28,9

$I_{L_{new}} = \dfrac{(V_{Ln} - \Delta V)}{V_n}\, I_{Ln} = 29{,}12\ A$

$\Delta V_{new} = -7{,}68\ V \qquad V_{L_{new}} = 1007{,}68\ V$

$\varepsilon = \dfrac{1007{,}82 - 1007{,}68}{1007{,}82} = 0{,}03\%$

$\eta_T = \dfrac{P_L}{P_L + P_{Cu} + P_{Fe}} = \dfrac{40\ kW}{40\ kW + 3R_T I_L^2 + 600\ W} = 97{,}9\%$

- Motore asincrono

$P_n = 7\ kW$ $\qquad P_{cc} = 755\ W$ $\qquad I_{0\%} = 36\%$

$V_n = 380\ V$ $\qquad P_0 = 1332\ W$ $\qquad R_s = 0{,}5\ \Omega$

$I_n = 15{,}2\ A$ $\qquad \omega_{r_0} = 156{,}2\ \frac{rad}{s}$ $\qquad V_{cc} = 61\ V$

$\cos\varphi_n = 0{,}897$

$n_n = 1440\ rpm \longrightarrow \omega_{r_n} = n_n \cdot \frac{2\pi}{60} = 150{,}8\ \frac{rad}{s}$ (velocità elettrica $\omega_r p$)

Determinare:

1) parametri del circuito equivalente

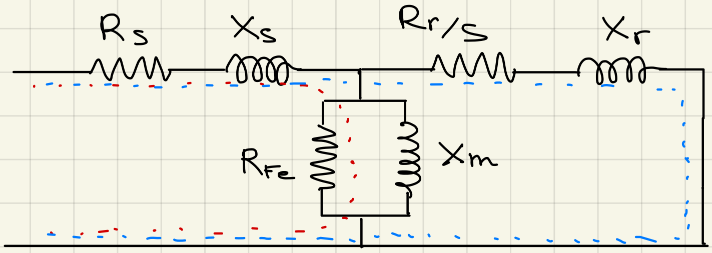
2) η_n, M_n

3) s_n, s_K, M_K

4) I_{av}, M_{av}

5) ω_r, M, I_s, η con $M_r = 30\ N\cdot m$, $\underset{\text{coppia d'attrito a velocità}}{M_{att}} = B\omega_r$

1)



$$s = \frac{\omega - p\omega_r}{\omega}$$

Prova a vuoto $(s=0)$

$$P_0 = 3R_sI_0^2 + P_{Fe} + \underset{?}{B\omega_{r_0}^2}$$

$$R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}}$$

Nel normale funzionamento: $P_{loss} = P_{Fe} + P_{cc} + B\omega_{r_n}^2$

$P_{el} = P_{mecc} + P_{loss}$

$$\eta = \frac{P_n}{\sqrt{3}\,V_n I_n \cos\varphi_n} = 0{,}78 = \eta_n$$

$P_{loss} = P_{el} - \eta P_{el}$

$= (1-\eta)\,P_{el} = 1974{,}25\ W$

$$\rightarrow B = \frac{P_0 - P_{loss} - 3R_sI_0^2 + P_{cc}}{\omega_{r_0}^2 - \omega_{r_n}^2} = 0{,}04\ N\cdot m\cdot s$$

$\Longrightarrow P_{Fe} = 310\ W$ $\qquad R_{Fe} = 466\ \Omega$ $\qquad X_m = \frac{V_n^2}{P_{Fe}\,\mathrm{tg}\varphi_0} = 40\Omega$

$$\cos\varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3}\,V_n I_0} = 0{,}128$$

Prova in corto circuito $(s=1)$

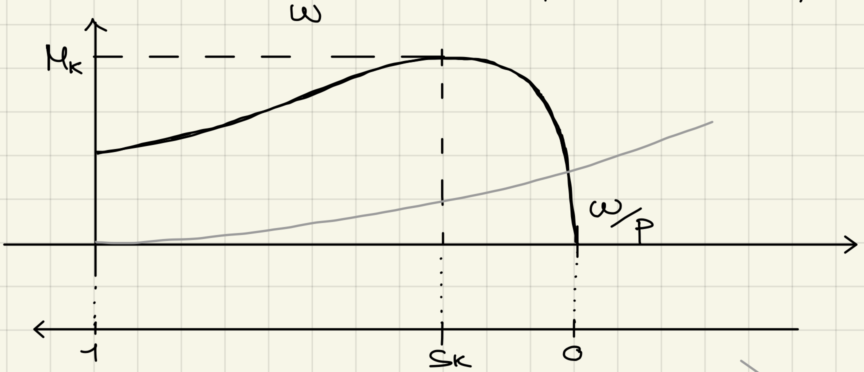
$$P_{cc} \simeq 3\,(R_s + R_r')\,I_n^2$$

$$R_r' = \frac{P_{cc}}{3 I_n^2} - R_s = 0{,}59\,\Omega \qquad Z_{cc} = \frac{V_{cc}}{\sqrt{3}\,I_n} = 2{,}31\,\Omega$$

$$X_d = X_s + X_r = \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_s + R_r')^2} = 2\,\Omega$$

2) $\eta_n = 0{,}78 \qquad M_n = \dfrac{P_n}{\omega_{rn}} = 46{,}4\ \text{Nm}$

3) $s_n = \dfrac{\omega - \overbrace{\omega_{rn}'\cdot p}^{\omega_{rn}}}{\omega} = 0{,}04 \implies p = \dfrac{\omega\,(1 - s_n)}{\omega_{rn}'} = 2$



$$M = 3\,\frac{p}{\omega}\,\frac{R_r'}{s}\,\frac{V_f^2}{\left(R_s + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + X_d^2} - B\,\frac{\omega}{p}(1-s)$$

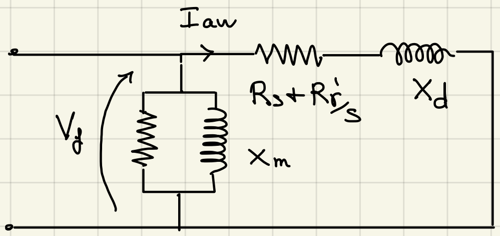
trascurabile, sposta di poco il massimo

$$= 3\,\frac{p}{\omega}\,R_r'\,\frac{s\,V_f^2}{(s R_s + R_r')^2 + s^2 X_d^2}$$

$$\left.\frac{dM}{ds}\right|_{s=s_K} = 0 \;\rightarrow\; s_K = \pm\frac{R_r'}{\sqrt{R_s^2 + X_d^2}} = \pm 0{,}286 \text{ (preso positivo)}$$

$$M_K = M(s_K) = 174{,}5\ \text{N}\cdot\text{m} \quad (> M_n)$$

4) $M_{avv} = M(s=1) = 3\,\dfrac{p}{\omega}\,R_r\,\dfrac{V_f^2}{(R_s + R_r')^2 + X_d^2} - 0 = 105\ \text{Nm} \quad (> M_n)$



$$I_{avv} = \frac{V_f}{\sqrt{\left(R_s + \frac{R_r'}{1}\right)^2 + X_d^2}} = 96{,}6\,A \quad (> 6 I_n)$$

tratto a pendenza elevata $\sim \omega_{rn}$

5) $M_r = 30\ \text{N}\cdot\text{m} \qquad M_r = M = 3\,\dfrac{p}{\omega}\,\dfrac{R_r'}{s}\,\dfrac{V_f^2}{\left(R_s + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + X_d^2} - B\,\dfrac{\omega}{p}(1-s)$

$\rightarrow s = 0{,}026 \qquad \omega_r = 152{,}9 \ \frac{rad}{s} \qquad M = 36{,}1 \ N \cdot m$

(senza approx: $M = 36 \ N \cdot m$)

$$I_r = \frac{V_f}{\sqrt{\left(R_s + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + X_d^2}} = 9{,}4 \ A$$

$$P_{tot} = M_r \omega_r + 3(R_s + R_r') I_r^2 + P_{Fe} + B\omega_r^2 = 6{,}1 \ kW$$

$$Q_{tot} = 3 X_d I_r^2 + Q_0 = 2930 \ VAr$$

$$I_s = \frac{\sqrt{P_{tot}^2 + Q_{tot}^2}}{\sqrt{3} \ V_n} = 10{,}28 \ A$$

$$\eta = \frac{M_r \omega_r}{M_r \omega_r + B\omega_r^2 + 3(R_s + R_r') I_r^2 + P_{Fe}} = 0{,}75$$

- Macchina asincrona

$P_n = 130 \ kW \qquad p = 4 \qquad S_n = 200 \ kVA$

$V_n = 380 \ V \qquad R_s = 20 \ m\Omega \qquad V_{1n}/V_{20} = 10000/380$

$\cos\varphi_n = 0{,}836 \qquad \cos\varphi_{cc} = 0{,}4 \qquad I_{0\%} = 2{,}5\%$

$P_{cc} = 6{,}6 \ kW \qquad I_0 = 100 \ A \qquad \cos\varphi_0 = 0{,}1$

$P_0 = 9625 \ W \qquad B = 0$ (no attrito) $\qquad V_{cc\%} = 4\%$

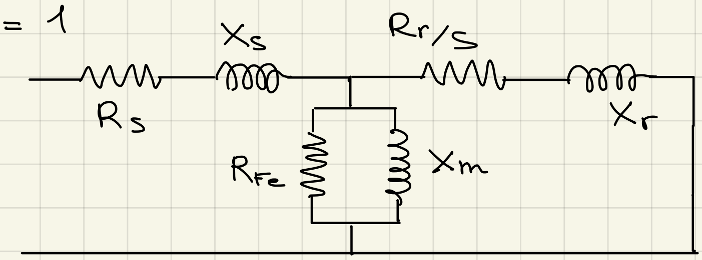
$\cos\varphi_{cc} = 0{,}45$

1) $S_n, \ \omega_{rn}, \ \eta_n, \ I_n, \ C_n$?

2) $\omega_r, \ \eta$? con $M_{el_1} = 0{,}5 M_n, \quad M_{el_2} = 1{,}5 M_n$

3) Alimentazione da trasf.. V_n? ω_{rn}? η_{tot}? con M_{el} precedenti

1) <u>Prova in cortocircuito</u> $\quad s = 1$



$$R_r' = \frac{P_{cc}}{3 I_n^2} - R_s$$

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + P_{cc} + P_0} = 0{,}89$$

$$\eta P_{el} = P_{mecc} \implies I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} V_n \cos\varphi_n \cdot \eta_n} = 265{,}5 \ A$$

$$R_r' = 11\,m\Omega$$

$$X_d = (R_s + R_r')\,tg\,\varphi_{cc} = 71\,m\Omega$$

Prova a vuoto $s = 0$

$$P_{Fe} = P_0 - 3R_sI_0^2 = 9025\,W$$

$$\cos\varphi_0 = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3}\,V_n I_0} = 0{,}137 \qquad X_m = \frac{V_n^2}{P_{Fe}\,tg\,\varphi_0} = 2{,}32\,\Omega$$

$$P_n = M_n\omega_{rn} = 3\frac{p}{\omega}\frac{R_r'}{s_n}\frac{V_f^2}{\left(R_s + \frac{R_r'}{s_n}\right)^2 + X_d^2}\frac{\omega}{p}(1 - s_n)$$

$$= 3R_r'\frac{s_nV_f^2(1 - s_n)}{(s_nR_s + R_r')^2 + X_d^2s_n^2}$$

$$\longrightarrow s_n = 0{,}0104, \qquad \omega_{rn} = \frac{\omega}{p}(1 - s_n) = 77{,}7\,\frac{rad}{s}$$

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_{rn}} = 1673\,N/m$$

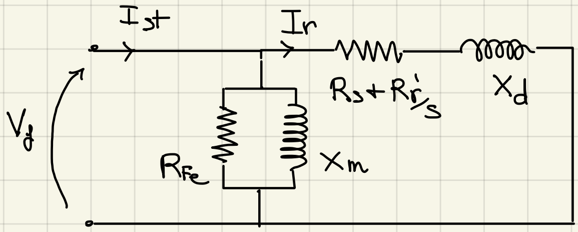
2) $M_{el_1} = 0{,}5\,M_n = 836\,N\cdot m \qquad M_{el_2} = 1{,}5\,M_n = 2509\,Nm$

$$M = 3\frac{p}{\omega}R_r'\frac{V_f^2\,s}{(R_s\cdot s + R_r')^2 + s^2X_d^2} \longrightarrow s_1 = 0{,}0051$$

$$s_2 = 0{,}0155$$

$$\Longrightarrow \omega_{r_1} = \frac{\omega}{p}(1 - s_1) = 78{,}14\,\frac{rad}{s}$$

$$\omega_{r_2} = 77{,}32\,\frac{rad}{s}$$



$$I_{r_1} = \frac{V_f}{\sqrt{\left(R_s + \frac{R_r'}{s_1}\right)^2 + X_d^2}} = 101\,A$$

$$P_{tot_1} = 3(R_s + R_r')I_{r_1}^2 + P_{Fe} = 75{,}6\,kW$$

$$Q_{tot_1} = 3X_dI_{r_1}^2 + Q_0 = 67{,}4\,kVAr$$

$$I_{s_1} = \frac{\sqrt{P_{tot_1}^2 + Q_{tot_1}^2}}{\sqrt{3}\,V_n} = 154\,A \longrightarrow \cos\varphi_1 = \frac{P_{tot_1}}{P_{tot_1}^2 + Q_{tot_1}^2} = 0{,}746$$

$$\eta_1 = \frac{P_{mecc}}{P_{mecc} + P_{Fe} + P_{cc}} = 0{,}87$$

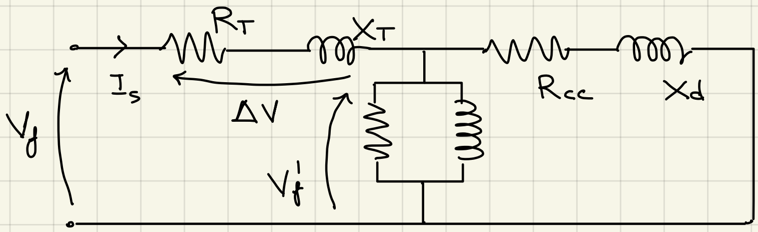
Analogamente $I_{r_2} = 309\,A \qquad P_{tot_2} = 211{,}7\,kW \qquad \cos\varphi_2 = 0{,}927$

$I_{s_2} = 347\,A \qquad Q_{tot_2} = 85{,}5\,kVAr \qquad \eta_2 = 0{,}91$

3) $I_n = \dfrac{200\,kVA}{\sqrt{3}\cdot 380} = 304\,A$

$R_T = V_{cc\%} \cdot \dfrac{V_n}{\sqrt{3} I_n} \cos\varphi_{cc} = 13\,m\Omega$ $\qquad P_{fe} = \sqrt{3}\, V_n I_0 \cos\varphi_0 = 500\,W$

$X_T = R_T \cdot tg\,\varphi_{cc} = 26\,m\Omega$ $\qquad Q_0 = \sqrt{3}\, V_n I_0 \,sen\,\varphi_0 = 4980\,W$



$M_1 = 0,5\, M_n$ $\qquad \Delta V_1 = (R_T \cos\varphi_1 + X_T\, sen\,\varphi_1)\, I_{s_1} = 4,2\,V$

$V_f' = V_f - \Delta V_1 = 215,8\,V$ → è cambiata la tensione applicata alla macchina (di ~3,5V)

$V_f \to \frac{V_n}{\sqrt{3}}$

→ $M_1 = 3 \frac{p}{\omega} R_r' \dfrac{(V_f')^2 s}{(R_s \cdot s + R_r')^2 + s^2 X_d^2}$

$s_1' = 0,0053$ $\qquad I_r' = \dfrac{V_f'}{\sqrt{(R_s + \frac{R_r'}{s})^2 + X_d^2}} = 103\,A$

$P_{tot_1}' = 75,7\,kW$

$\Longrightarrow \cos\varphi_1' = 0,747$

$Q_{tot_1}' = 67,4\,kVAr$

$I_{s_1}' = \dfrac{\sqrt{(P_{tot_1}')^2 + (Q_{tot_1}')^2}}{\sqrt{3}\, V_n} = 154\,A$

$\Delta V_1' \simeq 4,2\,V$

↳ la tensione, a meno di decimali, non cambia più

$\eta_{tot_1} = \dfrac{P_{mecc}}{P_{mecc} + P_{Fe_M} + P_{cu_M} + 3 R_T I_s^2 + P_{Fe_T}} = 0,85$

$M_2 = 1,5\, M_n$

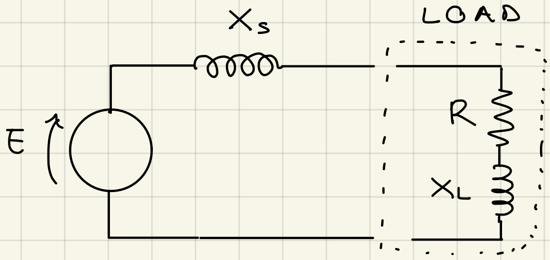
$\Delta V_2 = 7,6\,V$ $\qquad I_{s_2} = 348\,A$ $\qquad V_f' = 212,4\,V$

$I_{r_2} = 320\,A$ $\qquad \eta_{tot_2} = 0,89$

- Generatore sincrono $\qquad$ Carico da rifasare con $\cos\varphi = 0,9$

$S_n = 100\,kVA$, $R_s = 0$, $X_s = 165\%$ $\qquad R = 1\,\Omega$ $\quad X_L = 5\,\Omega$

$\cos\varphi_n = 1$, $V_n = 380\,V$, $V_{ecc} = 200\,V$, $I_{ecc} = 10\,A$ $\qquad V_{ecc}, \delta$?



$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}V_n} = 151{,}93\,A$$

$$X_s = \frac{165}{100} \cdot \frac{V_n}{3 I_n} = 2{,}4\,\Omega$$

$$Z_L = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 5{,}1\,\Omega \qquad I_L = \frac{V_n}{\sqrt{3} Z_L} = 43{,}01\,A$$

$$\cos\varphi_L = \cos\left(\mathrm{arctg}\left(\frac{X_L}{R}\right)\right) = 0{,}196$$

$$P_L = \sqrt{3}\, V_n I_L \cos\varphi_L = 5{,}95\,kW \qquad Q_L = \sqrt{3}\, V_n I_L \,\mathrm{sen}\,\varphi_L = 27{,}7\,kVAr$$

$$Q_L^* = P_L\, \mathrm{tg}\left(\arccos(0{,}9)\right) = 2{,}69\,kVAr$$

$$Q_s = Q_L - Q_L^* = 25{,}07\,kVAr$$

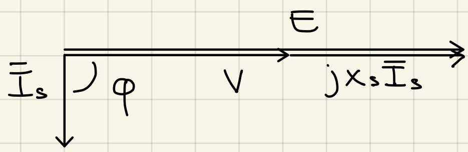
potenza reattiva che la macchina sincrona deve erogare

Compensatore:

$$Q_s = \sqrt{3}\, V_n I_s \longrightarrow I_s = \frac{Q_s}{\sqrt{3} V_n} = 38{,}1\,A$$

$$\cos\varphi_s = 0$$ ← quando la macchina lavora da compensatore

$$\bar{E} = \bar{V} + j X_s \bar{I}_s$$

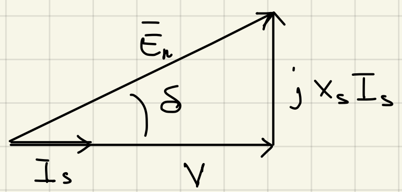


$$E\cos\delta = V + X_s I_s \,\mathrm{sen}\,\varphi = 310{,}83\,V$$

$$\underbrace{E\,\mathrm{sen}\,\delta}_{0} = X_s I_s \cos\varphi = 0 \implies E = \sqrt{(E\cos\delta)^2 + (E\,\mathrm{sen}\,\delta)^2} = 310{,}83\,V$$

$$\delta = 0$$

Cond. nominali



$$\cos\varphi_n = 1$$

$$E_n\cos\delta = V_n + X_s I_{s_n} \overbrace{\mathrm{sen}\,\varphi_n}^{0} = V_n = 220\,V$$

$$E_n\,\mathrm{sen}\,\delta = X_s I_{s_n} = 364{,}6\,V$$

$$E_n = \sqrt{(E_n\cos\delta)^2 + (E_n\,\mathrm{sen}\,\delta)^2} = 425{,}86\,V$$

$$V_{ecc} = \frac{E}{E_n} \cdot V_{ecc_n} = 146\,V$$

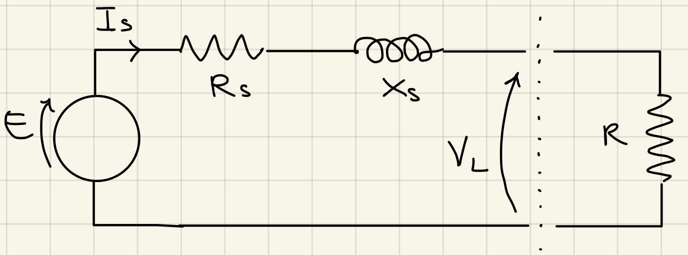
Generatore sincrono

Carico

$S_n = 30\ kVA \qquad V_n = 380\ V \qquad \cos\varphi_n = 0,8 \qquad P_L = 15\ kW$

$X_{s\%} = 160\ \% \qquad \eta_n = 0,91 \qquad \cos\varphi_L = 1$

$V_{ecc_n} = 200\ V \qquad I_{ecc_n} = 2,5\ A \qquad V_{ecc},\ \delta\ ?$



$I_n = \dfrac{S_n}{\sqrt{3}\,V_n} = 45,58\ A$

$R_s = \dfrac{P_{cu}}{3 I_n^2} = 0,3\ \Omega$

$\eta_n = \dfrac{P_n}{P_n + P_{cu} + P_{ecc_n}}$

$P_n = S_n \cos\varphi_n = 24\ kW$

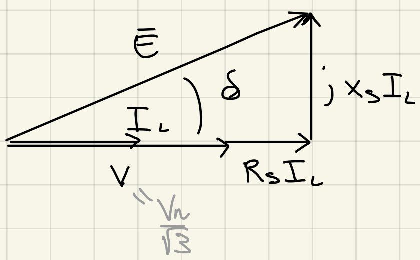
$P_{ecc_n} = V_{ecc_n} \cdot I_{ecc_n} = 500\ W$

$X_s = X_{s\%} \dfrac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 7,7\ \Omega$

$\rightarrow P_{cu} = P_n \left(\dfrac{1-\eta}{\eta}\right) - P_{ecc} = 1,87\ kW$

Cond. carico $\qquad \cos\varphi_L = 1 \quad (\varphi_L = 0)$

$I_L = \dfrac{P_L}{\sqrt{3}\, V_n \cos\varphi_L} = 22,8\ A$



$E \cos\delta = R_s I_L \cos\varphi_L + \cancel{X_s I_L \operatorname{sen}\varphi_L} + V = 226,2\ V$

$E \operatorname{sen}\delta = X_s I_L \cos\varphi_L = 175,56\ V$

$\Longrightarrow \quad E = 286,3\ V \qquad \delta = 37,8°$

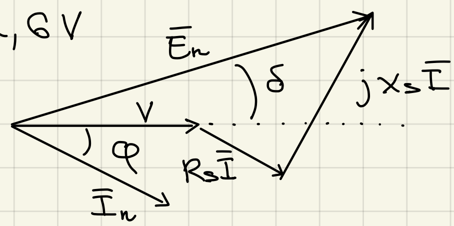
Cond. nominali $\qquad \cos\varphi_n = 0,8$

$R_s = 0,3\ \Omega \qquad X_s = 7,7\ \Omega$

$E_n \cos\delta = V + X_s I_n \operatorname{sen}\varphi_n + R_s I_n \cos\varphi_n = 440,91\ V$

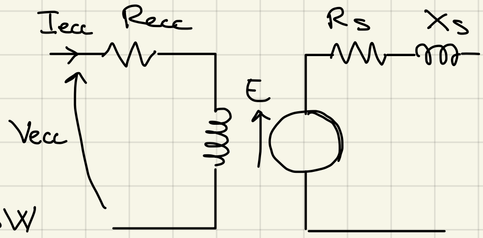
$E_n \operatorname{sen}\delta = X_s I_n \cos\varphi - R_s I_n \operatorname{sen}\varphi = 272,6\ V$

$\Longrightarrow \quad E_n = 518,36\ V$



$V_{ecc} = \dfrac{E}{E_n} V_{ecc_n} = 110,5\ V$

$$\eta = \frac{P_L}{P_L + P_{cu} + P_{ecc}} = \frac{P_L}{P_L + 3R_s I_L^2 + P_{ecc}} = 0{,}96$$



$$P_{ecc} = V_{ecc}\, I_{ecc} = V_{ecc} \cdot \frac{V_{ecc}}{R_{ecc}} = \frac{V_{ecc}^2\, I_{ecc}}{V_{ecc_N}} = 152{,}63\,W$$

- MAC. 1 — MAC. 2 (G.S.)

MAC. 1	MAC. 2
$S_{n_1} = 50\ kVA$	$S_{n_2} = 20\ kVA$
$V_{n_1} = 380\ V$	$V_{n_2} = 380\ V$
$\cos\varphi_{n_1} = 0{,}8$	$\cos\varphi_{n_2} = 1$
$R_{s_1} = 0{,}3\ \Omega$	$R_{s_2} = 0{,}8\ \Omega$
$V_{ecc_{n_1}} = 200\ V$, $I_{ecc_{n_1}} = 5A$	$V_{ecc_{n_2}} = 200\ V$ $I_{ecc_{n_2}} = 2{,}5A$
$X_{s\%_1} = 160\ \%$	$X_{s\%_2} = 150\ \%$

LOAD

$P_L = 20\ kW$

$\cos\varphi_L = 0{,}7$

$V_{ecc_1} = ?$

$V_{ecc_2} = ?$

$\eta = ?$

$P_m = ?$

Calcolare Q^* che minimizzi le P_{cu} totali.

<u>MAC. 1</u>

$R_{s_1} = 0{,}3\ \Omega$

$I_{n_1} = \dfrac{S_{n_1}}{\sqrt{3}\, V_{n_1}} = 76\ A$

$X_{s_1} = X_{s\%_1} \dfrac{V_{n_1}}{\sqrt{3}\, I_{n_1}} = 4{,}62\ \Omega$

<u>MAC. 2</u>

$R_{s_2} = 0{,}8\ \Omega$

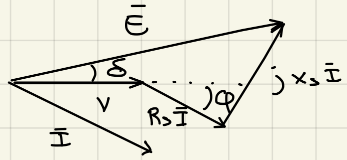
$I_{n_2} = 30{,}39\ A$

$X_{s_2} = 10{,}83\ \Omega$

$$1 \longrightarrow 2 \longrightarrow \text{LOAD}$$

$$\underbrace{P_L,\ Q_1}_{Q - Q^*} \qquad \underbrace{Q_2}_{Q^*} \qquad P_L,\ Q$$

$$E_1 \cos\delta_1 = V + X_s I_{s_1} \operatorname{sen}\varphi_1 + R_s I_{s_1} \cos\varphi_1$$



$$E_1 \operatorname{sen}\delta_1 = X_{s_1} I_{s_1} \cos\varphi_1 - R_{s_1} I_{s_1} \operatorname{sen}\varphi_1$$

$$Q = \sqrt{3}\, V I \operatorname{sen}\varphi \implies I_1 \operatorname{sen}\varphi_1 = \frac{(Q - Q^*)}{\sqrt{3}\, V}$$

$$P = \sqrt{3}\, V I \cos\varphi \implies I_1 \cos\varphi_1 = \frac{P}{\sqrt{3}\, V}$$

Analogamente per GS2: $I_2 \operatorname{sen}\varphi_2 = \dfrac{Q^*}{\sqrt{3} V}$

$$I_2 \cos\varphi_2 = 0$$

$$I_1^2 = \frac{(Q - Q^*)^2}{3V^2} + \frac{P^2}{3V^2} \qquad I_2^2 = \frac{Q^{*2}}{3V^2}$$

$$P_{cu} = 3 R_{s_1} I_1^2 + 3 R_{s_2} I_2^2 = R_{s_1} \frac{(Q - Q^*)^2}{V^2} + R_{s_1} \frac{P^2}{V^2} + R_{s_2} \frac{Q^{*2}}{V^2}$$

$$\frac{d P_{cu}}{dQ^*} = \frac{R_{s_1}}{\cancel{V^2}} \cdot \cancel{2} (Q - Q^*)(-1) + \cancel{2} R_{s_2} \frac{Q^*}{\cancel{V^2}} = 0$$

$$R_{s_1}(Q^* - Q) + R_{s_2} Q^* = 0 \implies Q^* = \frac{Q R_{s_1}}{R_{s_1} + R_{s_2}}$$

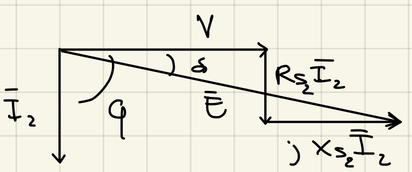
$$\cos\varphi_L = 0{,}7$$

$$Q = P_L \operatorname{tg}\varphi_L = 20{,}4 \text{ kVAr} \longrightarrow Q^* = 5{,}56 \text{ kVAr}$$

$$I_2 = \frac{Q^*}{\sqrt{3} V} = 8{,}45 \text{A} \qquad P_{cu_2} = 3 R_{s_2} I_2^2 = 171{,}4 \text{ W}$$

$$I_1 = \sqrt{\frac{(Q - Q^*)^2}{3V^2} + \frac{P^2}{3V^2}} = 37{,}8 \text{ A} \qquad P_{cu_1} = 3 R_{s_1} I_1^2 = 1286 \text{ W}$$

Cond. carico (MAC. 2) $\quad \cos\varphi_2 = 0$

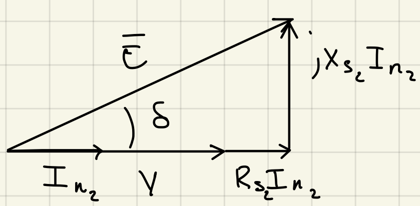


$$E_2 \cos\delta_2 = V + X_{s_2} I_2 = 310{,}9 \text{ V}$$

$$E_2 \operatorname{sen}\delta_2 = - R_{s_2} I_2 = - 6{,}76 \text{ V}$$

$$\implies E = 310{,}98 \text{ V} \qquad \delta = -0{,}22 \text{ rad}$$

Cond. nominali (MAC 2) $\quad \cos\varphi_{n_2} = 1$



$$E_{n_2} \cos\delta_2 = V + R_s I_{n_2} = 243{,}7 \text{ V}$$

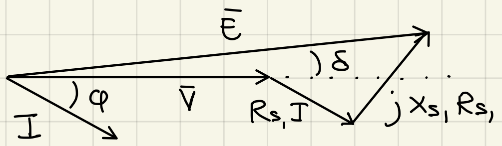
$$E_{n_2} \operatorname{sen}\delta_2 = X_{s_2} I_{n_2} = 329{,}12 \text{ V}$$

$$\implies E = 409{,}53 \text{V}$$

$$V_{ecc_2} = \frac{E_2}{E_{n_2}} V_{eccn_2} = 151,87\ V$$

$$P_{ecc_2} = V_{ecc_2}^2 \frac{I_{eccn_2}}{V_{eccn_2}} = 288,3\ W$$

Cond. carico (MAC.1)



$$E_1 \cos\delta_1 = V + R_{s_1} I_1 \cos\varphi_1 + X_{s_1} I_1 \operatorname{sen}\varphi_1$$

$$E_1 \operatorname{sen}\delta_1 = R_{s_1} I_1 \operatorname{sen}\varphi_1 + X_{s_1} I_1 \cos\varphi_1$$

$$I_1 \operatorname{sen}\varphi_1 = \frac{(Q - Q^*)}{\sqrt{3}\,V} = 22,54\ A$$

$$I_1 \cos\varphi_1 = \frac{P}{\sqrt{3}\,V} = 30,4\ A$$

$$\Longrightarrow \quad E_{1_{Re}} = 330,3\ V$$

$$E_{1_{Im}} = 133,7\ V$$

$$E_1 = 356,33\ V$$

Cond. nominali (MAC.1) $\quad \cos\varphi_{n_1} = 0,8$

$$E_{n_1} \cos\delta_1 = 448,3\ V$$

$$E_{n_1} \operatorname{sen}\delta_1 = 267,2\ V$$

$$\Longrightarrow \quad E_{n_1} = 521,9\ V$$

$$V_{ecc_1} = \frac{E_1}{E_{n_1}} V_{eccn_1} = 136,55\ V$$

$$P_{ecc_1} = V_{ecc_1}^2 \frac{I_{eccn_1}}{V_{eccn_1}} = 466,15\ W$$

$$\eta = \frac{P_L}{P_L + P_{cu_1} + P_{cu_2} + P_{ecc_1} + P_{ecc_2}} = 0,9$$

$$P_m = P_L + P_{cu_1} + P_{cu_2} = 21,45\ kW$$

- Motore corrente continua (ecc. indipendente)

$V_n = 600\ V$

$\omega_{r_n} = 314\ \frac{rad}{s}$

$\eta = 0,9$ (solo armatura)

$v_{MAX} = 60\ \frac{km}{h} \qquad t = 25\ s$

$m_{tram} = 10\ ton$

capienza = 200 persone (80 kg x persona)

$M_{att} = B\,\omega_r \qquad M_{att}(\omega_{r_n}) = \frac{1}{3} M_{acc}$

1) P_n del motore

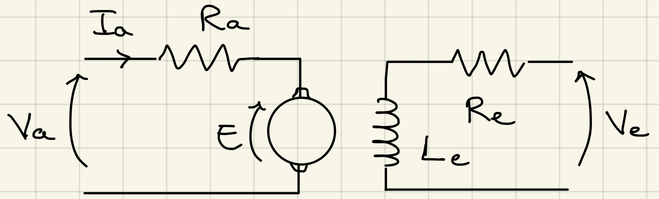
$$P_{acc} = F \cdot v = m_{tot}\, a\, v_{MAX}$$

$$m_{tot} = 10\,ton + 200 \cdot 80\,kg = 26\,ton \qquad v_{MAX} = 16{,}7\ \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{v_{MAX}}{t} = 0{,}668\ \frac{m}{s^2} \implies P_{acc} = 290\ kW$$

$$P_n = P_{acc} + \underbrace{\frac{1}{3} P_{acc}}_{P_{att}} = 386{,}7\ kW$$

Parametri nominali:



$$\begin{cases} V_a = E + R_a I_a \\ E = k I_e \omega_r, \qquad M = k I_e I_a \\ V_e = R_e I_e \end{cases}$$

$$I_n = I_a$$

$$P_n = V_a I_n \eta \implies I_n = \frac{P_n}{V_a \eta} = 716\ A$$

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_{rn}} = 1231{,}5\ N \cdot m$$

$$M_n = K I_e I_n \implies K I_e = \frac{M_n}{I_n} = 1{,}72\ Wb$$

$$E_n = K I_e \omega_{r_n} = 540\ V$$

2) R_a ? $\quad V_a = V_n$

$$P_{in} = P_{out} + P_{loss}$$

$$= V_n I_n = V_n I_n \eta + P_{loss} \Rightarrow P_{loss} = V_n I_n (1-\eta)$$

$$P_{loss} = R_a I_n^2$$

$$\implies R_a = \frac{V_n (1-\eta)}{I_n} = 0{,}08\,\Omega$$

3) J_{eq} ? (momento d'inerzia)

$$\frac{1}{2} m_{tot} v_{MAX}^2 = \frac{1}{2} J_{eq} \omega_{rn}^2 \implies J_{eq} = 73{,}5\ kg\,m^2$$

- Generatore a corrente continua (ecc. ind.)

$P_n = 20\ kW$

$V_n = 400\ V$

$Ra_{\%} = 2\%$

$n_n = 1500\ rpm$

$V_{e_n} = 200\ V$

$I_{e_n} = 1A$

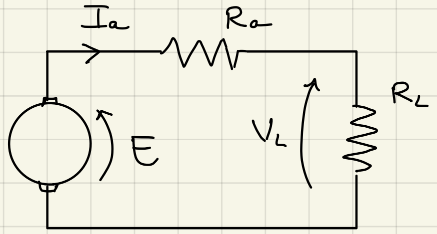
Carico

$R = 10\Omega$

$V_L = 400V$

$M_{att} = B\omega_r, \quad B = 0{,}025\ N\cdot m\cdot s$

1)



Cond. nominali

$I_n = \frac{P_n}{V_n} = 50A$

$R_a = Ra_{\%} \frac{V_n}{I_n} = 0{,}16\Omega$

$E_n = V_n + R_a I_n = 408V$

$\omega_{r_n} = n_n \frac{2\pi}{60} = 157\ \frac{rad}{s}$

$\frac{1\ round}{min} \cdot \frac{2\pi\ rad}{1\ round} \cdot \frac{1\ min}{60\ s} = \frac{2\pi}{60}$

$E_n = K I_{e_n} \omega_r \implies K I_{e_n} = 2{,}6\ Wb$

$M_{el_n} = K I_{e_n} I_n = 130\ N\cdot m$

$M_{m_n} = M_{el_n} + M_{att} = M_{el_n} + B\omega_{r_n} = 133{,}9\ Nm$

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + R_a I_n^2 + B\omega_{r_n}^2 + V_{e_n} I_{e_n}} = 94{,}2\%$$

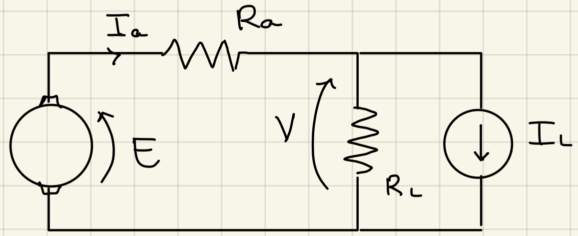
Cond. carico

$E = V_L + R_a I_L = 406{,}4V$ $\qquad I_L = \frac{V_L}{R_L} = 40A$

$\omega_r = \frac{E}{E_n}\omega_{r_n} = 156{,}4\ \frac{rad}{s}$

$M_{el} = \frac{I_L}{I_n} M_{el_n} = 104\ N\cdot m$ $\qquad M_m = M_{el} + B\omega_r = 107{,}9\ N\cdot m$

$$\eta = \frac{V_L I_L}{M_m \omega_r + P_{e_n}} = 93{,}7\%$$

2) 

V ? con $\omega_r = 156 \frac{rad}{s}$ costante

$I_L = 10\ A$

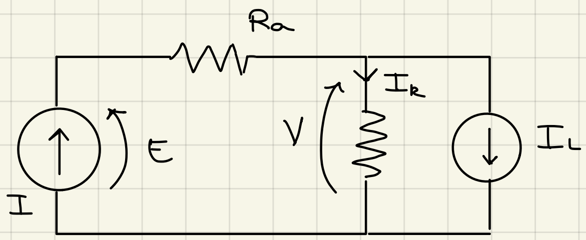
$E = K I_e \omega = 406,4\ V$

$$I_a = \frac{V}{R_L} + I_L = 49,84\ A \qquad V = \frac{E/R_a - I_L}{\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_L}} = 398\ V$$

$$M_{el} = \frac{I_a}{I_n} M_{el_n} = 129,5\ N\cdot m \qquad \eta = \frac{\frac{V^2}{R_L} + V \cdot I_L}{M_m \omega_r + P_{e_n}} = 93,9\ \%$$

$$M_m = M_{el} + B\omega_r = 133,4\ N\cdot m$$

3) V ? con $M_{el} = 104\ N\cdot m$ costante



$M_{el} = K I_e \cdot I \Longrightarrow I = 40\ A$ costante

$I_R = I - I_L = 30\ A$

$V = R_L I_R = 300\ V \qquad E = V + R_a I = 306,4\ V$

$$\Longrightarrow \omega_r = \frac{E}{E_n} \omega_{r_n} = 117,9 \frac{rad}{s}$$

$M_m = M_{el} + B\omega_r = 106,9\ N\cdot m$

$$\eta = \frac{V^2/R_L + V I_L}{M_m \omega_r + P_{e_n}} = 93,7\ \%$$

- Motore asincrono

$P_n = 100\ kW$

$V_n = 400\ V \qquad V_{cc\%} = 20\%$

$p = 2 \qquad I_{0\%} = 40\%$

$f = 50\ Hz \qquad M_{att} = 0$

$\cos\varphi_n = 0,84$

$R_s = 40\ m\Omega$

$P_{cc\%} = 8\% \qquad P_{Fe\%} = 4\%$

Generatore sincrono

$S_n = 80\ kVA \qquad V_{ecc_n} = 400\ V$

$V_n = 400\ V \qquad I_{ecc_n} = 5\ A$

$X_{s\%} = 180\% \qquad p = 2$

$f_n = 50\ Hz \qquad R_s = 0$

$\cos\varphi_n = 0,8$

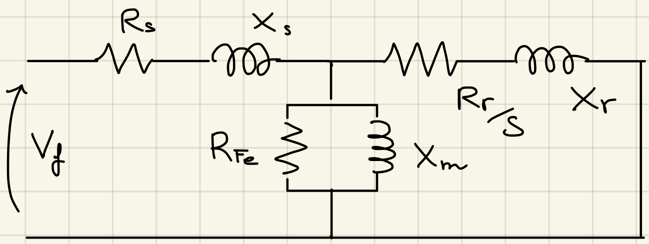
Carico

$R_L = 4\ \Omega$

$P_L = 40\ kW$

$\omega_r,\ f_G$? $V_{ecc_{GS}}$? η_T ?

Motore asincrono



Prova a c.c. ($s=1$)

$$R_r = P_{cc\%} \cdot \frac{P_n}{3I_n^2} - R_s = 31\,m\Omega$$

$$\eta = \frac{P_n}{P_n + P_{cc} + P_{Fe}} = 0{,}89$$

$$P_{ee}\,\eta = P_n \longrightarrow \sqrt{3}\,V_n I_n \cos\varphi_n\,\eta = P_n$$

$$\longrightarrow I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3}\,V_n \cos\varphi_n \eta} = 193{,}07\ A$$

$$Z_{cc} = V_{cc\%}\,\frac{V_n}{\sqrt{3}\,I_n} = 0{,}24\,\Omega \implies X_d = \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_s+R_r)^2} = 0{,}228\,\Omega$$

Prova a vuoto ($s=0$)

$$P_{Fe} = 4\,kW \qquad R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}} = 40\,\Omega \qquad \cos\varphi_0 = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3}\,V_n I_0} = 0{,}075$$

$$X_m = \frac{V_n^2}{P_{Fe}\,tg\varphi_0} = 3\,\Omega$$

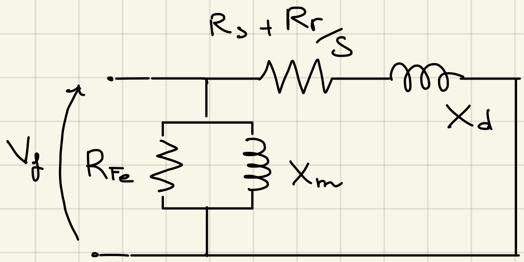
$R_{s_{GS}} = 0$

$$P_L = M \cdot \omega_r = 3\,\frac{p}{\omega}\,\frac{R_r}{s}\,\frac{V_f^2}{\left(R_s + \frac{R_r}{s}\right)^2 + X_d^2}\,\frac{\omega}{p}(1-s) = 40\,kW$$

$$P_L = 3\,R_r\,\frac{s\,V_f^2\,(1-s)}{(sR_s + R_R)^2 + X_d^2 s^2} \longrightarrow s_{1-2} = \begin{cases} \cancel{0{,}6763} \\ 0{,}008 \end{cases}$$

$$\implies \omega_r = \frac{\omega}{p}(1-s) = 155{,}8\ \frac{rad}{s}$$

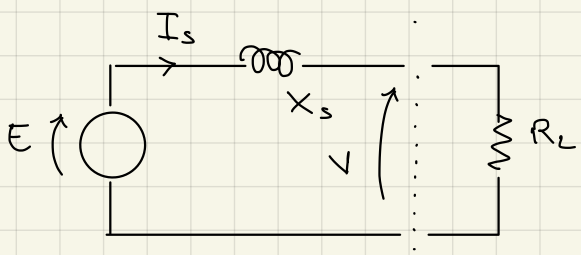
$$f = \frac{p\,\omega_r}{2\pi} = 49{,}59\ Hz$$



$$I_r = \frac{V_f}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s} + R_s\right)^2 + X_d^2}} = 58{,}9\ A$$

$$P_{cu} = 3\,(R_r + R_s)\,I_r^2 = 739\ W$$

Generatore sincrono



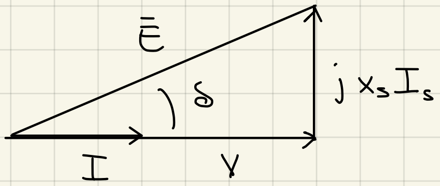
$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}\,V_n} = 115{,}47\ A$$

$$X_s = X_{s\%} \cdot \frac{V_n}{\sqrt{3}\,I_n} = 3{,}6\,\Omega$$

Cond. carico

$P_L = 3 R_L I_L^2 \longrightarrow I_L = \sqrt{\dfrac{P_L}{3R_L}} = 57{,}73\ A$

$I_s = I_L$



$\bar{E} = \bar{V} + j x_s \bar{I}_s$

$X_{s_L} = X_s \dfrac{\omega r}{\omega r_n} = 3{,}57\,\Omega$

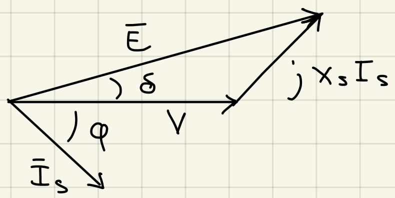
$E \cos\delta = V = 230{,}96\,V$

$E \operatorname{sen}\delta = X_s I_s \cos\varphi = 206{,}9\,V$

$\Longrightarrow E = 309{,}52\,V$

Cond nominali

$(f = 50\,Hz \quad I_s = I_n = 115{,}47\,A \quad \cos\varphi_n = 0{,}8)$



$E_n \cos\delta = V + X_s I_s \operatorname{sen}\varphi = 480{,}35\,V$

$E_n \operatorname{sen}\delta = X_s I_s \cos\varphi = 332{,}55\,V$

$\Longrightarrow E_n = 584{,}23\,V$

$V_{ecc} = \dfrac{E}{E_n} \dfrac{\omega r_n}{\omega r} V_{ecc_n} = 213{,}6\,V$

$P_{ecc} = V_{ecc} I_{ecc} = V_{ecc} \dfrac{V_{ecc}}{R_{ecc}} = V_{ecc}^2 \dfrac{I_{ecc_n}}{V_{ecc_n}} = 570{,}3\,W$

$\eta = \dfrac{P_L}{P_L + P_{Cu_{MA}} + P_{Fe_{MA}} + P_{ecc_{GS}}} = 0{,}883$

- Motore sincrono

$P_n = 22\,kW$

$V_n = 220\,V$ (colleg. triangolo)

$I_n = 70\,A$

$P_{cc\%} = 12\,\%$

$P_0 = 1100\,W$

$R_s = 0{,}2\,\Omega$

$p = 2$

$f = 50\,Hz$

$V_{cc\%} = 20\%$

$I_{0\%} = 45\%$

Generatore c.c.

$P_{g_n} = 20\,kW$

$V_{g_n} = 200\,V$

$\eta = 0{,}92$

$V_{e_n} = 100\,V$

$\omega_{r_n} = 157\ \frac{rad}{s}$

$I_{e_n} = 5\,A$

$P_{Fe} = 0$

$V_{ecc},\ I_{s_n},\ \eta_T\ ?$

Carico

$P_L = 16\,kW \quad V_L = 180\,V$

Motore eq. Δ

$P_{cc} = \frac{12}{100} P_n = 2640\,W$ $\quad V_{cc} = \frac{20}{100} V_n = 44\,V$

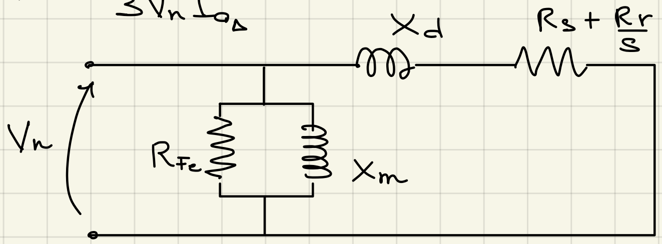
$I_\Delta = \frac{I_n}{\sqrt{3}} = 40,41\,A$ $\quad R_r = \frac{P_{cc}}{3 I_\Delta^2} - R_s = 0,34\,\Omega$

$Z_{cc} = \frac{V_{cc}}{I_\Delta} = 1,088\,\Omega$ $\quad X_d = \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_s + R_d)^2} = 0,94\,\Omega$

$P_{Fe} = P_0 - 3 I_{0\Delta}^2 R_s = P_0 - 3 \left(I_0\% \frac{I_n}{\sqrt{3}} \right)^2 R_s = 901,6\,W$

$R_{Fe} = \frac{3 V_n^2}{P_{Fe}} = 161,05\,\Omega$ $\quad \cos\varphi_0 = \frac{P_{Fe}}{3 V_n I_{0\Delta}} = 0,075$

$X_m = \frac{3 V_n^2}{P_{Fe} \, tg\varphi_0} = 12,13\,\Omega$

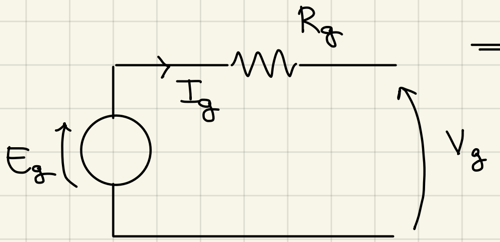


Generatore c.c.

Cond. nominali

$I_{gn} = \frac{P_{gn}}{V_{gn}} = 100\,A$ $\quad E_g = V_g + R_g I_g$

$P_{in} = P_{out} + P_{loss} \longrightarrow E_{gn} I_{gn} = E_{gn} I_{gn} \eta + R_g I_{gn}^2$



$\Longrightarrow R_g = \frac{E_{gn}(1-\eta)}{I_{gn}} = \frac{V_{gn}(1-\eta)}{\eta I_{gn}} = 174\,m\Omega$

$E_{gn} I_{gn} \eta = V_{gn} I_{gn} \longrightarrow E_{gn} = \frac{V_{gn}}{\eta} = 217,4\,V$

$E_{gn} = K I_{en} \omega_{rn} \longrightarrow |K| = \left| \frac{E_{gn}}{I_{en} \omega_{rn}} \right| = 0,277$

$M_n = K I_e I_n = 138,5\,N \cdot m$

Cond. carico

$P_L = 16\,kW$ $\quad V_L = 180\,V$

$P_{m_{in}} = \frac{P_L}{\eta} = 17,39\,kW$ $\quad I_L = \frac{P_L}{V_L} = 88,9\,A$

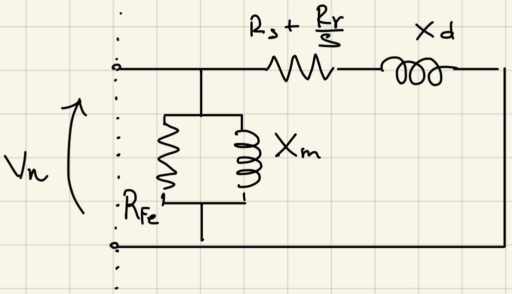
$E_g = V_L + R_g I_L = 195,5\,V$

$P_m = 3 \frac{p}{\omega} \frac{R_r}{s} \frac{V_f^2}{\left(\frac{R_r}{s} + R_s\right)^2 + X_d^2} \cdot \frac{\omega}{p}(1-s) \longrightarrow s_{1-2} = \begin{cases} \cancel{0,665} \\ 0,457 \end{cases}$

$\Longrightarrow \omega_r = \frac{\omega}{p}(1-s) = 150\,\frac{rad}{s}$

$$E_g = K I_e \omega_r \implies I_e = \frac{E_g}{K\omega_r} = 4{,}7\,A$$

$$V_e = \frac{V_{en}}{I_{en}} I_e = 94\,V$$



$$I_{r_\Delta} = \frac{V_{n_\Delta}}{\sqrt{(R_s + R_r)^2 + X_d^2}} = 28{,}6\,A$$

$$P_T = 3\left(R_s + \frac{R_r}{s}\right) I_r^2 + P_{Fe} = 19{,}65\,kW$$

$$Q_T = 3 X_d I_r^2 + Q_{Fe} = 14{,}26\,kVAr$$

$$I_{s_n} = \frac{\sqrt{P_T^2 + Q_T^2}}{\sqrt{3}\,V_n} = 63{,}72\,A$$

$$\eta_T = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{16\,kW}{19{,}65\,kW} = 0{,}814$$

$$\eta_{MA} = \frac{P_m}{P_{in}} = \frac{17{,}39\,kW}{19{,}65\,kW} = 0{,}885$$

$$\eta_{Gcc} = \frac{P_{out}}{P_m} = \frac{16\,kW}{17{,}39\,kW} = 0{,}92$$

- Motore c.c. — Generatore asinc.

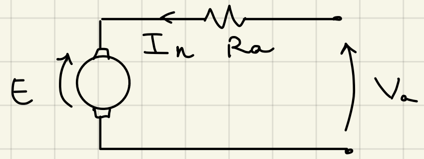
Motore c.c.	Generatore asinc.	
$P_n = 30\,kW$	$P_n = 20\,kW$	
$V_n = 200\,V$	$V_n = 380\,V$	
$\eta = 0{,}88$	$\cos\varphi_n = 0{,}83$	
$P_{Fe} = 1000\,W$	$P_{cc\%} = 10\%$	$P_{Fe} = 4\%$
$V_{e_n} = 200\,V$	$\cos\varphi_{cc} = 0{,}4$	$\cos\varphi_0 = 0{,}12$
$I_{en} = 2\,A$	$R_s = 0{,}15\,\Omega$	
$\omega_{r_n} = 81\,\frac{rad}{s}$		

ω_r ?

$I_{assorbita}$?

η ?

Motore c.c.



$$P_{ass_n} = \frac{P_n}{\eta} = 34{,}1\,kW = P_n + P_{Fe} + P_{cu}$$

$$P_{cu} = 3{,}1\,kW$$

$$R_a = \frac{P_{cu}}{I_n^2} = 110\,m\Omega$$

$$V_n = E + R_a I_n \longrightarrow V_n I_n = E I_n + R I_n^2 = P_n + P_{cu}$$

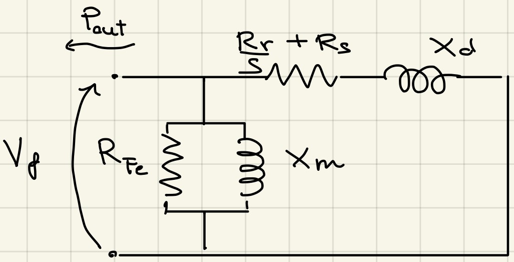
$$I_n = \frac{P_n + P_{cu}}{V_n} = 165\,A$$

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_{r_n}} = 370{,}37\ Nm$$

$$M_n = K I_{e_n} I_n \longrightarrow |K| = |1{,}12|$$

$$E_n = V_n - R_a I_n = 181{,}82\ V$$

Generatore asinc.



$$P_{cc} = \frac{10}{100} P_n = 2\,kW$$

$$R_r = \frac{P_{cc}}{3 I_n^2} - R_s = 0{,}23\,\Omega$$

$$P_{ass} = \frac{P_n}{\eta} = 22{,}73\ kW$$

$$\eta = \frac{P_n}{P_n + P_{cc} + P_{Fe}} = 0{,}88$$

$$\sqrt{3}\, V_n I_n \cos\varphi_n = P_{ass} \longrightarrow I_n = \frac{P_{ass}}{\sqrt{3}\, V_n \cos\varphi_n} = 41{,}6\ A$$

$$X_d = (R_s + R_r)\, tg\,\varphi_{cc} = 0{,}87\,\Omega$$

$$Q_0 = P_{Fe}\, tg\,\varphi_0 = 6{,}6\,kVAr \qquad R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}} = 180\,\Omega$$

$$X_m = \frac{V_n^2}{Q_0} = 21{,}87\,\Omega$$

$$M_{M.C.C.} = -M_{G.A.}$$

$$M_{M.C.C.} = K I_e I = K I_e \frac{V - E}{R_a} = K I_e \frac{V}{R_a} - \frac{K^2 I_e^2}{R_a}\omega_r \qquad (\omega_{r_{M.C.C.}} = \omega_{r_{G.A.}})$$

$$= K I_e \frac{V}{R_a} - \frac{K^2 I_e^2}{R_a}(1-s)\frac{\omega}{p}$$

linearizzo attorno a $s \simeq 0$

$$M_{M.C.C.} = \underbrace{K I_e \frac{V}{R_a} - \frac{K^2 I_e^2}{R_a}\frac{\omega}{p}}_{M_0} + \underbrace{\frac{K^2 I_e^2}{R_a}\frac{\omega}{p}}_{\alpha} s = -M_{G.A.} \simeq 3\frac{p}{\omega} s \frac{V_f^2}{R_r}$$

$$\longrightarrow M_0 + \alpha s \simeq -3\frac{p}{\omega} s \frac{V_f^2}{R_r} \longrightarrow s = 0{,}0415, \qquad M = 341{,}5\ Nm$$

$$\omega_r = \frac{\omega}{p}(1-s) = 81{,}8\ \frac{rad}{s}$$

$$I_r = \frac{V_f}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s} + R_s\right)^2 + X_d^2}} = 40{,}17\ A$$

$$P_T = 3\left(R_s + \frac{R_r}{S}\right) I_r^2 + P_{Fe} = -25{,}3\,kW = P_{out}$$

$$Q_T = 3 X_d I_r^2 + Q_{Fe} = 10{,}8\ kVAr$$

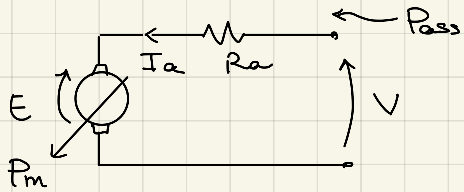
$$I_s = \frac{\sqrt{P_T^2 + Q_T^2}}{\sqrt{3}\, V_n} = 41{,}8A$$

→ Motore c.c.

$$I_a = \frac{V - E}{R_a} = 152{,}7\,A \qquad I_{assorbita} = I_a + I_{e_n} = 154{,}7\,A$$

$$E = K I_e \omega_r = 183{,}2\,V$$

$$P_{ass} = V I_a = 30{,}55\,kW$$



$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{ass_{M.C.C.}} + V_e I_e} = 0{,}82$$

$$\eta_{G.A.} = \frac{P_{out}}{P_m} = \frac{25{,}3\,kW}{C \cdot \omega_r} = 0{,}9$$

$$\eta_{M.C.C.} = \frac{P_m}{P_{ass_{M.C.C.}} + V_e I_e} = 0{,}905$$

- Motore c.c. (ecc. ind)

$P_n = 10\,kW$

$V_n = 200V$

$R_{a\%} = 3\%$

$n_n = 2000$ rpm

$V_{e_n} = 200V$

$I_{e_n} = 1A$

no attriti

Generatore sinc.

$S_n = 5\,kVA$

$\cos\varphi_n = 1$

$V_n = 400V$ (stella)

$X_{s\%} = 135\%$

$f_n = 50Hz$

$p = 2$

no attriti, $R_s = 0$

$V_{ecc_n} = 200V$

$I_{ecc_n} = 1A$

Carico

$V_L = 400V$

$f = 50Hz$

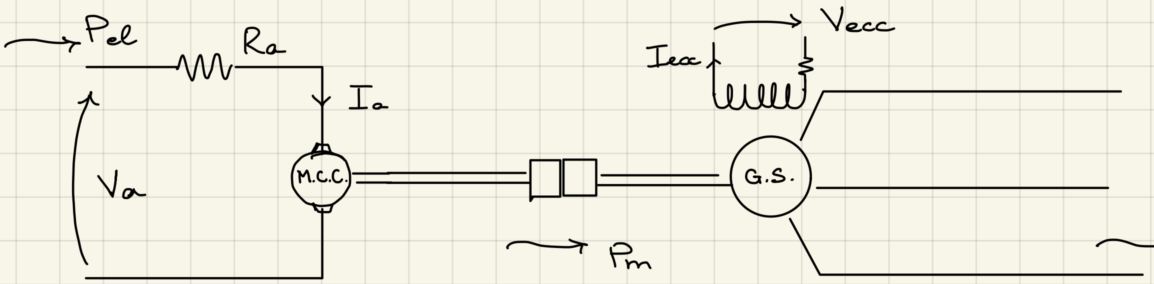
$P_L = 2kW$

$\cos\varphi_L = 0{,}7$

$V_{ecc_{GS}} = ?$

$V_{armatura_{M.C.C.}} = ?$

$\eta_{TOT} = ?$

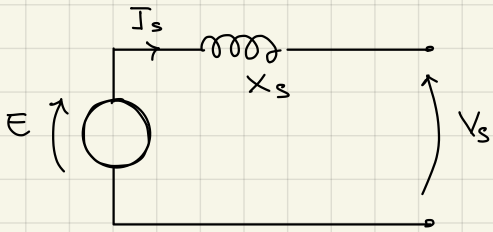


V_L 400V
$f = 50Hz$
$\cos\varphi_L = 0,7$

$P_{out} = 2kW$

$P_m = P_{out}$ $(R_a = 0)$

Generatore sincrono



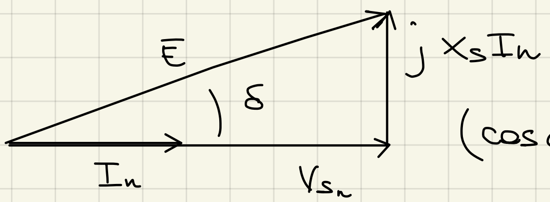
Cond. nominali

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}V_n} = 7,22\,A$$

$$X_s = X_{s\%}\,\frac{V_n}{\sqrt{3}I_n} = 43,18\,\Omega$$

$$E_n\cos\delta_n = V_{s_n} = \frac{V_n}{\sqrt{3}} = 230,94\,V$$

$$E_n \operatorname{sen}\delta_n = X_s I_n = 311,76\,V$$

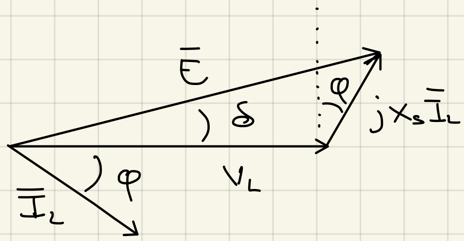


$(\cos\varphi_n = 1)$

$$\Longrightarrow \quad E_n = 388V, \quad \delta_n = 0,933\,rad$$

Cond. carico $(\cos\varphi_L = 0,7)$

$$I_L = \frac{P_L}{\sqrt{3}V_L\cos\varphi_L} = 4,12A$$



$$E\cos\delta = V_L + X_s I_L \operatorname{sen}\varphi_L = 358\,V$$

$$E \operatorname{sen}\delta = X_s I_L \cos\varphi = 124,5V$$

$$\Longrightarrow \quad E = 379V, \quad \delta = 0,334$$

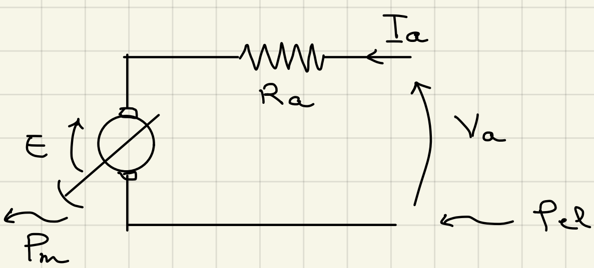
$$\frac{V_{ecc}}{E} = \frac{V_{ecc_n}}{E_n} \longrightarrow V_{ecc} = 293V$$

$$P_m = P_{el} = 2kW$$

$$M_m = \frac{P_m}{\omega_r} = 12,7\,\frac{N}{m} \quad \text{con} \quad \omega_r = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f}{p} = 157,1\,\frac{rad}{s}$$

Motore corrente cont.

Cond nominali



$$\omega_n = n_n\,\frac{2\pi}{60} = 209,44\,\frac{rad}{s}$$

$$V_n = E + R_a I_n$$

$$\underbrace{V_n I_n}_{P_{el}} = \underbrace{E I_n}_{P_m} + \underbrace{R_a I_n^2}_{P_{loss}} = P_n + R_{a\%} \frac{V_n}{I_n} \cdot I_n^2 \Longrightarrow I_n = 51,54\,A$$

(ingresso) (uscita) → P_n

$R_a = 116\, m\Omega$

$E_n = V_n - R_a I_n = 194\,V$

$E_n = K I_{ecc}\, \omega_n \longrightarrow K I_{ecc} = 0,926\, Wb$

$M_n = K I_{ecc} I_n = 47,75\; N\cdot m$

Cond carico

$\omega_{r_{MCC}} = \omega_{r_{GS}} = 157,1 \; \frac{rad}{s}$

$E_m = K I_{ecc}\, \omega_{GS} = 145,5\; V \qquad I_m = \frac{M_m}{K I_{ecc}} = 13,7\,A$

$V_m = E_m + R_a I_m = 147,1\,V$

$$\eta_{TOT} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P}{V_m I_m + \underbrace{V_{e_n} I_{e_n}}_{\text{no regolazione dell'eccitazione} \downarrow \text{nominali}} + V_{ecc} I_{ecc}} = 0,798$$

- Motore asin.

$P_n = 150\,kW$

$V_n = 400\,V$

$p = 2, \quad f = 50\,Hz$

$\cos\varphi_n = 0,86$

$R_s = R_r$

$P_{cc\%} = 6\%$

$V_{cc\%} = 20\%$

$P_{Fe\%} = 3\%$

$I_{0\%} = 40\%$

no attriti

Gen. sinc.

$S_n = 100\; kVA$

$\cos\varphi_n = 0,8$

$V_n = 400\,V$ (stella)

$X_{s\%} = 165\%$

$p = 2, \; f_n = 50\,Hz$

$V_{ecc_n} = 500\,V$

$I_{ecc_n} = 2A$

no attriti, $R_s = 0$

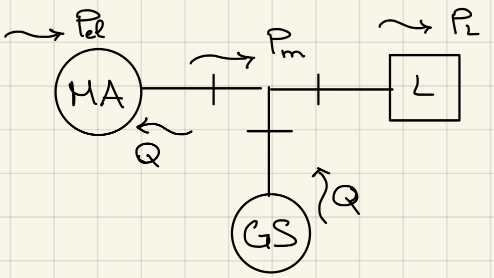
funziona da compensatore

Carico

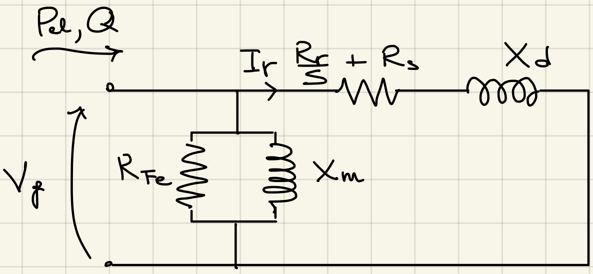
$P_L = 120\,kW$

$\omega_{r_{MA}}$?

$V_{s_{GS}}, I_{s_{GS}}, V_{ecc_{GS}}$?



Motore asinc.



Prova a rot. bloccato ($s = 1$)

$$R_R = \left(P_{cc\%} \frac{P_n}{3 I_n^2} \right) \cdot \frac{1}{2} \qquad R_R = R_s$$

$$P_{el}\,\eta = P_m \longrightarrow \sqrt{3}\, V_n I_n \cos\varphi_n \,\eta_n = P_n$$

$$\eta_n = \frac{P_n}{\underbrace{P_n + P_{cc} + P_{Fe}}_{1{,}09\, P_n}} = 0{,}92 \qquad I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3}\, V_n \cos\varphi_n \eta_n} = 273{,}6$$

$$Z_{cc} = V_{cc\%} \cdot \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 0{,}17\ \Omega \longrightarrow X_d = \sqrt{Z_{cc}^2 - 4R_R^2} = 164\ m\Omega$$

Prova a vuoto ($s = 0$)

$$P_{Fe} = P_{Fe\%}\, P_n = 4{,}5\ kW \qquad \cos\varphi_0 = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3}\, V_n I_0} = 0{,}06 \quad (I_0 = 40\%\ I_n)$$

$$R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}} = 35{,}55\ \Omega \qquad X_m = \frac{V_n^2}{P_{Fe} \operatorname{tg}\varphi_0} = 2{,}11\ \Omega \quad (V_n = 400/\sqrt{3}) \quad Q_{Fe} = 74{,}8\ kVAr$$

$$P_{m_{MA}} = P_L = 120\ kW = 3 \frac{p}{\omega} \frac{R_r}{s} \frac{V_f^2}{\left(\frac{R_r}{s} + R_s\right)^2 + X_d^2} \frac{\omega}{p}(1-s)$$

$$\Longrightarrow s = 0{,}016$$

~~$s = 0{,}4633$~~

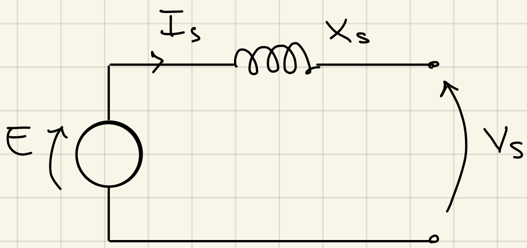
$$\longrightarrow \omega_{r_{MA}} = \frac{\omega}{p}(1-s) = 154{,}6\ \frac{rad}{s}$$

$$Q = 3 X_d I_r^2 + Q_{Fe} = 91{,}2\ kVAr$$

$$I_r = \frac{V_f}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s} + R_s\right)^2 + X_d^2}} = 180{,}3\ A$$

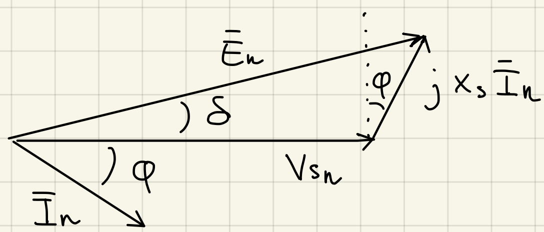
Gener. sinc.

Cond. nominali



$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} V_n} = 144{,}3\ \Omega$$

$$X_s = X_{s\%} \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 2{,}64\ \Omega$$



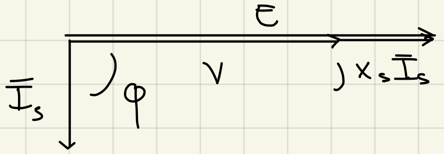
$$E_n \cos\delta_n = V_{s_n} + X_s I_n \operatorname{sen}\varphi_n = 459{,}5\ V$$

$$E_n \operatorname{sen}\delta_n = X_s I_n \cos\varphi_n = 304{,}7$$

$$\Longrightarrow E_n = 551{,}4\ V, \quad \delta_n = 0{,}585\ rad \qquad (\cos\varphi_n = 0{,}8)$$

Cond. carico

solo reattiva $\longrightarrow$ $\cos\varphi = 0$ $\quad \sin\varphi = 1$ $\quad \varphi = 90°$



$E > V$ (sovraecc.)

$E\cos\delta = V + X_sI_s = 578{,}4\,V = E_n \qquad \delta = 0$

$E\sin\delta = 0$

$I_s = \dfrac{Q}{\sqrt{3}\,V_n} = 131{,}6\,A$

$I_{ecc} = \dfrac{V_{ecc}}{V_{ecc_n}} I_{ecc_n} = 1{,}9\,A$

$V_{ecc} = \dfrac{E}{E_n} V_{ecc_n} = 524{,}5\,V$

- Gen. sinc. alimenta a V_n e f_n un Mot. asinc che muove un Carico

$S_n = 100\,kVA$ | $P_n = 50\,kW$ | $M_L = 200\,Nm$

$\cos\varphi_n = 1$ | $V_n = 400\,V$

$V_n = 400\,V$ | $f = 50\,Hz, \; p = 2$

$X_{s\%} = 165\%$ | $\cos\varphi_n = 0{,}82$

$f_n = 50\,Hz, \quad p = 2$ | $R_s = 1{,}2\,R_r$

$V_{ecc_n} = 400\,V$ | $P_{cc\%} = 10\%$

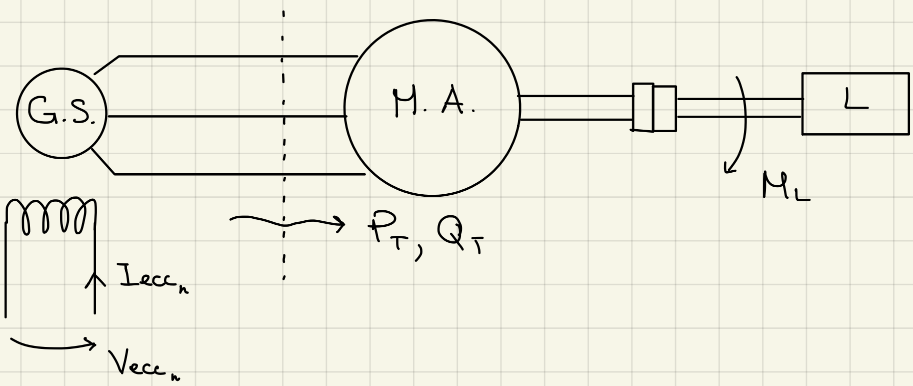
$I_{ecc_n} = 1{,}5\,A$ | $P_{Fe\%} = 5\%$

no attriti, $R_s = 0$ | $V_{cc\%} = 19\%$

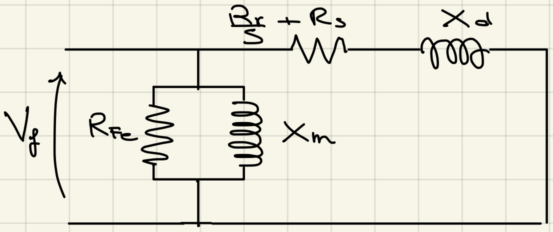
$I_{0\%} = 35\%$

$\omega_{r_{MA}}$? $\quad M_{GS}$ e $V_{ecc_{GS}}$? $\quad \eta_{TOT}$?

no attriti



Mot. asinc.



Prova rot. bloccato $(s = 1)$

$$R_r + R_s = P_{cc\%} \cdot \frac{P_n}{3 I_n^2} = 0{,}163\,\Omega$$

$$P_{el}\,\eta_n = P_m = P_n \longrightarrow I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3}\, V_n \cos\varphi_n \eta_n} = 101{,}2\,A$$

$$\longrightarrow \quad R_r = 74\,m\Omega \qquad R_s = 88{,}9\,m\Omega$$

con $\eta_n = \frac{P_n}{P_n + P_{cc} + P_{Fe}} = 0{,}87$

$$Z_{cc} = V_{cc\%} \cdot \frac{V_n}{\sqrt{3}\, I_n} = 0{,}433\,\Omega \longrightarrow X_d = 402\,m\Omega$$

Prova a vuoto $(s = 0)$

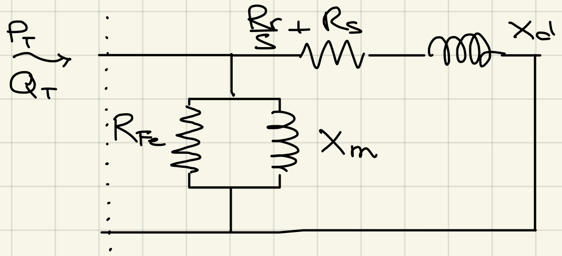
$$R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}} = 64\,\Omega \qquad \cos\varphi_0 = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3}\, V_n I_0} = 0{,}102$$

$$Q_{Fe} = P_{Fe}\, tg\,\varphi_0 = 24{,}4\,kVAr \qquad X_m = \frac{V_n^2}{Q_{Fe}} = 6{,}55\,\Omega$$

$$M_{MA} = 3\,\frac{p}{\omega}\,\frac{R_r}{s}\,\frac{V_f^2}{\left(\frac{R_r}{s} + R_s\right)^2 + X_d^2} = M_L \implies s = 0{,}0151 \qquad \cancel{s = 2{,}13}$$

$$\omega_r = \frac{\omega}{p}(1 - s) = 154{,}7\,\frac{rad}{s}$$

$$P_m = M_L \cdot \omega_r = 30{,}9\,kW$$



$$= \underbrace{3\left(\frac{1-s}{s} R_r\right) I_r^2}_{P_m} + \underbrace{3\,(R_s + R_r)\, I_r^2}_{P_{cu}} + P_{Fe}$$

$$= \underbrace{3\left(R_s + \frac{R_r}{s}\right)^2}_{P_m + P_{cu}} + P_{Fe}$$

$$P_T = P_m + \underbrace{3\,(R_s + R_r)\, I_r^2}_{P_{cu}} + P_{Fe} = 34{,}44\,kW$$

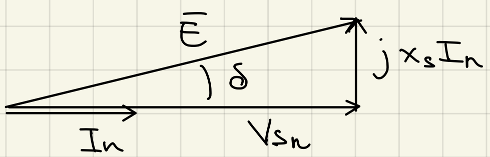
$$I_r = \frac{V_f^2}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s} + R_s\right)^2 + X_d^2}} = 46{,}14\,A$$

$$Q_T = 3 X_d I_r^2 + Q_{Fe} = 27\,kVAr$$

Generatore sincrono

Cond nominali $(\cos\varphi_n = 1)$

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}\, V_n} = 144{,}3\,A \qquad X_s = X_{s\%} \cdot \frac{V_n}{\sqrt{3}\, I_n} = 2{,}64\,\Omega$$



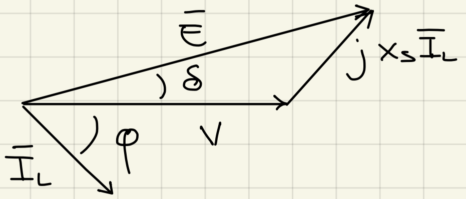
$$E \cos\delta = V_{sn} = \frac{V_n}{\sqrt{3}} = 231\,V$$

$$E \,\text{sen}\,\delta = x_s I_n = 380{,}95\,V$$

Cond. carico

$$I_L = \frac{\sqrt{P_T^2+Q_T^2}}{\sqrt{3}\,V_n} = 63{,}16\ A \qquad \cos\varphi_L = \frac{P_T}{\sqrt{P_T^2+Q_T^2}} = 0{,}79$$

$$\operatorname{sen}\varphi_L = 0{,}616$$



$$E\cos\delta = V + X_s I_L \operatorname{sen}\varphi = 333{,}6\ V$$

$$E\operatorname{sen}\delta = X_s I_L \cos\varphi = 131{,}7\ V$$

$$\Longrightarrow \quad E = 358{,}6\ V \qquad \delta = 0{,}376$$

$$V_{ecc} = \frac{E}{E_n} V_{ecc_n} = 322\ V$$

$$P_m \simeq P_{el} \qquad (R_s = 0)$$

$$M = \frac{P_T}{\omega_r} = \frac{P_T}{\omega}\cdot p = 219{,}2\ N\cdot m$$

$$\eta_{TOT} = \frac{P_{out}}{P_{IN}} = \frac{\overset{30{,}9\ kW}{P_m}}{P_T + \underbrace{P_{ecc}}_{V_{ecc} I_{ecc} = 388{,}87\ W}} = 0{,}88$$

P_{IN}: 34,44 kW

- **Generatore sincrono**

$S_n = 100\ kVA \qquad V_{ecc_n} = 200\ V$

$V_n = 400\ V \qquad I_{ecc_n} = 5\ A$

$p = 2$, $f = 50\ Hz$, no attriti

$\cos\varphi_n = 1$

$R_s = 0$

$X_{s\%} = 150\ \%$

$Q_{gen} = 50\ kVAr$

$P_{gen} = 50\ kW$

M_{GS}, $V_{ecc\,GS}$, η_{TOT} ?

Trasformatore

$S_n = 150\ kVA$

$V_{n_1}/V_{20} = 10000/400$

$f_n = 50\ Hz$

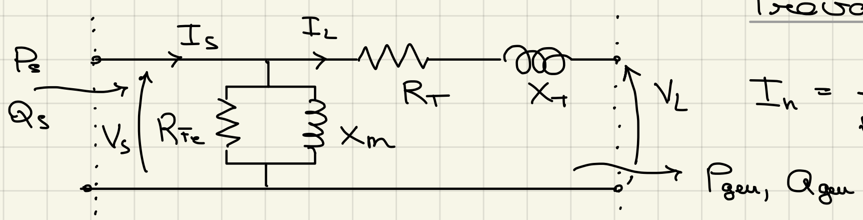
$V_{cc\%} = 4\%$

$P_{cc\%} = 1\%$

$P_{0\%} = 0{,}6\%$

$\cos\varphi_0 = 0{,}2$

Trasformatore



Prova cortoc. (V_{cc}, I_n)

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}\,V_n} = 216{,}5\ A \qquad R_T = \frac{P_{cc}}{3 I_n^2} = 10{,}7\ m\Omega$$

$$Z_{cc} = V_{cc\%} \cdot \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 427\,m\Omega \qquad X_T = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_T^2} = 41{,}3\,m\Omega$$

Prova a vuoto (V_n, I_0)

$$P_0 = P_{0\%} \cdot S_n = 900\,W$$

$R_1 \simeq R_2 \simeq \frac{R_T}{2}$

$$P_{Fe} = P_0 - \underbrace{3 \frac{R_T}{2} I_0^2}_{\text{trascurabile}} = 899{,}3\,W$$

$$I_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} V_n \cos\varphi_0} = 6{,}5\,A$$

$$R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}} = 177{,}9\,\Omega \qquad X_m = \frac{V_n^2}{P_{Fe} \operatorname{tg}\varphi_0} = 36{,}3\,\Omega$$

$Q_{Fe} = 4{,}4\,kVAr$

$$I_L = \frac{\sqrt{P_L^2 + Q_L^2}}{\sqrt{3} V_n} = 102{,}1\,A \qquad P_s = P_L + 3 R_T I_L^2 + P_{Fe} = 51{,}23\,kW$$

$$Q_s = 3 X_T I_L^2 + Q_{Fe} + Q_L = 55{,}7\,kVAr$$

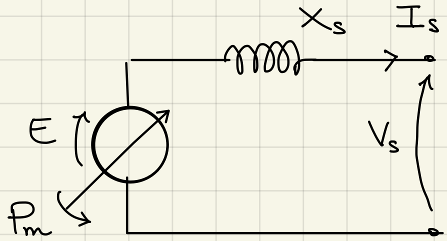
$$I_s = \frac{\sqrt{P_s^2 + Q_s^2}}{\sqrt{3} V_s} = 107{,}51\,A \qquad \cos\varphi_s = \frac{P_s}{\sqrt{3} V_s I_s} = 0{,}677$$

$$V_s = \frac{\sqrt{(P_L + 3R_T I_L^2)^2 + (Q_L + 3X_T I_L^2)^2}}{\sqrt{3} I_L} = 406{,}4\,V$$

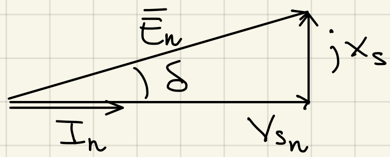
Generatore sincrono

$$P_m \simeq P_{el} \quad (R_s = 0)$$

$$M \omega_r \simeq P_s \longrightarrow M = \frac{P_s}{\omega} \cdot p = 326{,}1\,N \cdot m$$



Cond. nominali $(\cos\varphi_n = 1)$



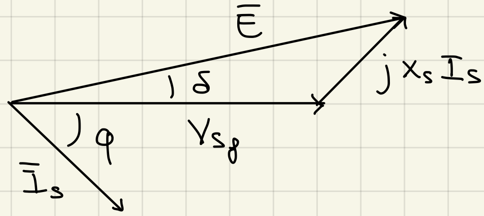
$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} V_n} = 144{,}3\,A$$

$$X_s = X_{s\%} \cdot \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 2{,}4\,\Omega$$

$$E_n \cos\delta_n = V_{sn} = \frac{V_n}{\sqrt{3}} = 230{,}9\,V \qquad E_n \operatorname{sen}\delta_n = X_s I_n = 346{,}3\,V$$

$$\Longrightarrow \quad E_n = 416{,}22\,V, \quad \delta_n = 0{,}98\,rad$$

Cond carico $(\cos\varphi_s = 0{,}677, \quad I_s = 107{,}51\,A)$



$$E \cos\delta = \underbrace{V_{sf}}_{= \frac{V_s}{\sqrt{3}}} + X_s I_s \operatorname{sen}\varphi_s = 424{,}5\,V$$

$$E \operatorname{sen}\delta = X_s I_s \cos\varphi = 174{,}7\,V$$

$$\Longrightarrow \quad E = 459\,V, \quad \delta = 0{,}39\,rad$$

$$V_{ecc} = V_{eccn} \cdot \frac{E}{E_n} = 220{,}5\,V$$

$$\eta_{TOT} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_{gen}}{P_m + V_{ecc} I_{ecc}} = 5{,}51\,A$$

$$\hookrightarrow I_{ecc} = I_{eccn} \frac{V_{ecc}}{V_{eccn}} = 5{,}51\,A$$

- Trasformatore Yy

$S_n = 100\,kVA$

$V_{n_1}/V_{20} = 20000/400$

$f = 50\,Hz$

$V_{cc\%} = 4\%$

$P_{cc\%} = 1\%$

$I_{0\%} = 3\%$

$P_{0\%} = 0{,}6\%$

Motore asinc.

$P_n = 50\,kW$

$V_n = 400\,V$

$p = 2, \quad f = 50\,Hz$

$\cos\varphi_n = 0{,}87$

$R_s = 1{,}2\,R_r$

$P_{cc\%} = 10\%$

$P_{Fe\%} = 5\%$

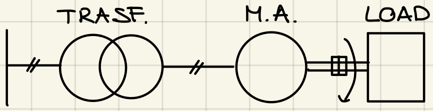
$V_{cc\%} = 19\%$

$I_{0\%} = 35\%$

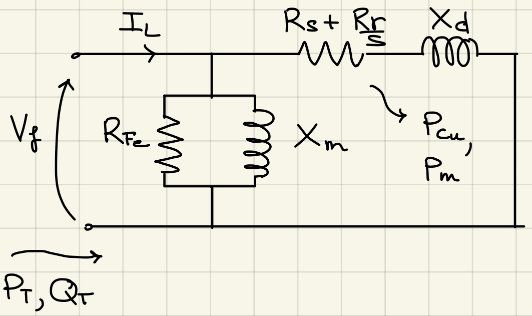
no attriti

Carico

$M_r = 200\,N \cdot m$



Motore asincrono



Prova corto circ. $(s = 1)$

$$R_s + R_r = P_{cc\%} \frac{P_n}{3 I_n^2} = 183{,}5\,m\Omega$$

$$P_{el}\,\eta_n = P_m = P_n \rightarrow I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3}\,V_n \cos\varphi_n\,\eta_n} = 95{,}3\,A$$

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + P_{cc} + P_{Fe}} = 0{,}87$$

$$\Longrightarrow R_r = 83{,}4\,m\Omega$$

$$R_s = 100{,}1\,m\Omega$$

$$Z_{cc} = V_{cc\%} \frac{V_n}{\sqrt{3}\,I_n} = 0{,}46\,\Omega$$

$$X_d = \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_r + R_s)^2} = 422{,}3\,m$$

Prova a vuoto ($s=0$)

$P_{Fe} = 2500\ W \qquad R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}} = 64\,\Omega \qquad \cos\varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3}\,V_n I_0} = 0{,}108$

$Q_{Fe} = P_{Fe}\,tg\varphi_0 = 23\ kVAr \qquad X_m = \frac{V_n^2}{Q_{Fe}} = 6{,}95\,\Omega$ $\hookrightarrow I_{0\%} I_n$

$$M_{MA} = 3\,\frac{p}{\omega}\,\frac{R_r}{s}\cdot\frac{V_f}{\left(R_s+\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_d^2} = M_L \implies s = 0{,}0178$$

$\cancel{s = 1{,}84}$

$I_r = \frac{V_f}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}+R_s\right)^2 + X_d^2}} = 48{,}1\ A \qquad \omega_r = \frac{\omega}{p}(1-s) = 154{,}3\ \frac{rad}{s}$

$M_L \cdot \omega_r = 30{,}86\ kW$

$P_T = P_m + 3(R_s+R_r)I_r^2 + P_{Fe} = 34{,}6\ kW$

$Q_T = 3 X_d I_r^2 + Q_{Fe} = 25{,}93\ kVAr$

$I_L = \frac{\sqrt{P_T^2 + Q_T^2}}{\sqrt{3}\,V_n} = 62{,}41\ A \qquad \cos\varphi_L = \frac{P_T}{\sqrt{P_T^2+Q_T^2}} = 0{,}8$

Trasformatore

$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}\,V_n} = 144{,}3\ A$

$R_T = P_{cc\%}\cdot\frac{S_n}{3I_n^2} = 0{,}016\,\Omega \qquad Z_{cc} = V_{cc\%}\,\frac{V_n}{\sqrt{3}\,I_n} = 0{,}064\,\Omega$

$X_T = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_T^2} = 0{,}062\,\Omega \qquad P_{Fe} \simeq 600\ W\ (\simeq 0)$

$\Delta V = \sqrt{3}\,(R_T\cos\varphi + X_T\sin\varphi)\,I_L = 5{,}4\ V$

$V_1 = (V_n + \Delta V)\,\frac{V_{1n}}{V_{20}} = 20270\ V$

$$\eta_{TOT} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_m}{P_T + 3R_T I_L^2 + P_{Fe}\left(\frac{V_n+\Delta V}{V_n}\right)} = 0{,}872$$

- Motore corrente cont.

$P_n = 100\ kW \qquad V_{e_n} = 500\ V$

$V_n = 500\ V \qquad I_{e_n} = 4\ A$

$R_{a\%} = 2\%$

$n_n = 1800\ rpm$

Generatore asincrono

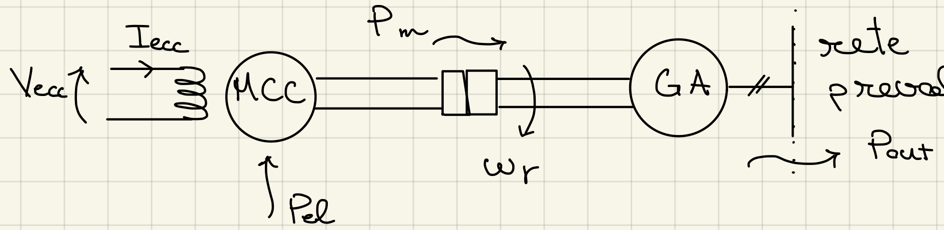
$P_n = 150\ kW \qquad P_{cc\%} = 6\%$

$V_n = 400\ V \qquad P_{Fe\%} = 3\%$

$p = 2,\ f = 50\ Hz,\ I_{0\%} = 40\%$

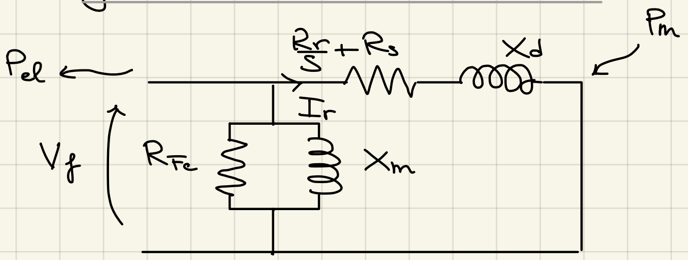
$\cos\varphi_n = 0{,}86,\ R_s = R_r$, no attriti

$P_{out} = 70\,kW$ $\qquad \omega_r$, $V_{armatura\,MCC}$, η_{TOT} ?



rete di potenza prevalente $\quad V = 400V$, $f = 50Hz$

Generatore asincrono



Prova corto circuito $(s=1)$

$$R_r = P_{cc\%} \frac{P_n}{3 I_n^2} \cdot \frac{1}{2} = 20\,m\Omega = R_s$$

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + P_{cu} + P_{Fe}} = 0{,}92$$

$$P_{el}\,\eta_n = P_m = P_n \longrightarrow I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3}\, V_n \eta_n \cos\varphi_n} = 273{,}64\,A$$

$$Z_{cc} = V_{cc\%} \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 168\,m\Omega \qquad X_d = \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_r + R_s)^2} = 168\,m\Omega$$

Prova a vuoto $(s=0)$

$$P_{Fe} = 4500\,W \qquad \cos\varphi_0 = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3}\, V_n I_n} = 0{,}059$$

$$Q_{Fe} = P_{Fe}\, tg\,\varphi_e = 75{,}7\,kVAr \qquad R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}} = 35{,}55\,\Omega$$

$$X_m = \frac{V_n^2}{Q_{Fe}} = 2{,}11\,\Omega$$

$$P_{el} = 3\left(\frac{R_r}{s} + R_s\right) I_r^2 + P_{Fe} = -P_{out} = -70\,kW$$ (guardando la macchina come un motore)

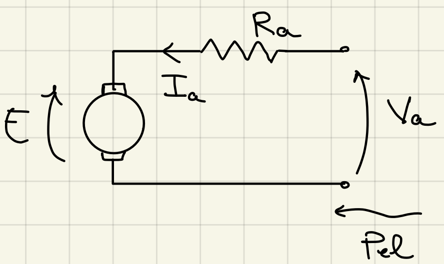
$$3\left(\frac{R_r}{s} + R_s\right) \frac{V_f^2}{\left(\frac{R_r}{s} + R_s\right)^2 + X_d^2} = -74500\,W$$

$$\Longrightarrow s = -0{,}0093 \longrightarrow \omega_r = \frac{\omega}{p}(1-s) = 158{,}55\,\frac{rad}{s}$$

$$\cancel{s = -0{,}6019}$$

$$M = 3\,\frac{p}{\omega}\,\frac{R_r}{s}\, I_r^2 = -481{,}6\,N\cdot m$$

Motore corrente continua



Cond nominali

$$V_n = E_n + R_a I_n$$

$$V_n I_n = E_n I_n + R_a I_n^2 = P_n + R_{a\%} \frac{V_n}{I_n} I_n^2$$

$\longrightarrow I_n = 204{,}1\,A \qquad R_a = R_{a\%}\dfrac{V_n}{I_n} = 49\,m\Omega$

$E_n = V_n - R_a I_n = 490\,V \qquad \omega_{rn} = n_n \cdot \dfrac{2\pi}{60} = 188{,}5\ \dfrac{rad}{s}$

$K I_{en} = \dfrac{E_n}{\omega_{rn}} = 2{,}6\,Wb$

<u>Cond. carico</u>

$M = K I_e I_a \longrightarrow I_a = 185{,}2\,A$

$E = K I_e \omega_r = 412{,}2\,V$

$V = E + R_a I = 412{,}3\,V$

$$\eta_{TOT} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{70\,kW}{V_a I + P_{e_{n\,M.CC.}}} = 0{,}89$$

- Motore asincrono

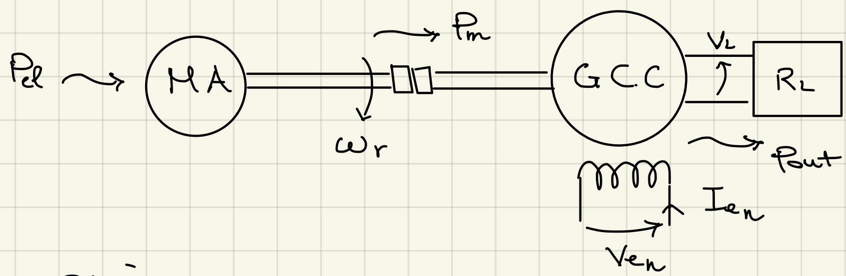
$P_n = 25\,kW$	$P_{cc\%} = 10\%$		
$V_n = 400\,V$	$P_{Fe\%} = 5\%$		
$p = 1,\ f = 50\,Hz$	$V_{cc\%} = 20\%$		
$\cos\varphi_n = 0{,}82$	$I_{0\%} = 40\%$		
$R_s = R_r$	no attrito		

Generatore corr. cont.

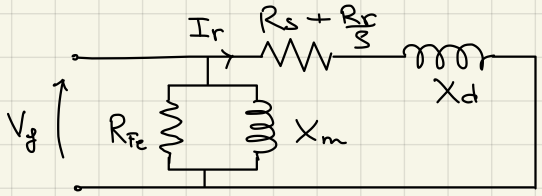
$P_n = 20\,kW$	$V_{en} = 300\,V$
$V_n = 300\,V$	$I_{en} = 1\,A$
$R_a = 70\,m\Omega$	no attrito

Carico $R_L = 10\,\Omega$

$\omega_r,\ V_L,\ \eta_{TOT}$? (Approssimare $M_{M.A}$ forma lineare)



<u>Motore asincrono</u>



<u>Prova a rotore bloccato</u>

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + P_{Cu} + P_{Fe}} = 0{,}87$$

$\sim 1{,}15\,P_n$

$$I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3}\,V_n \cos\varphi_n \eta_n} = 50{,}6\,A$$

$$R_r = R_s = \left(P_{cc\%} \frac{P_n}{3I_n^2}\right)\frac{1}{2} = 163\,m\Omega \qquad Z_{cc} = V_{cc\%}\frac{V_n}{\sqrt{3}I_n} = 0{,}913\,\Omega$$

$$X_d = \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_s+R_r)^2} = 853\,m\Omega$$

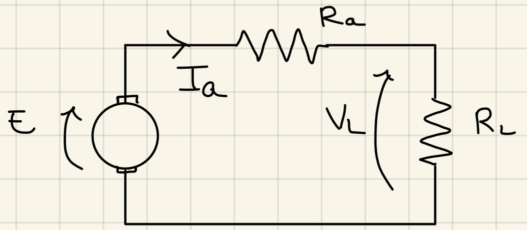
Prova a vuoto

$$P_{Fe} = 1250\,W \qquad \cos\varphi_0 = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3}V_n I_0} = 0{,}089$$

$$Q_{Fe} = P_{Fe}\,tg\,\varphi_0 = 13{,}96\,kVAr$$

$$R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}} = 128\,\Omega \qquad X_m = \frac{V_n^2}{Q_{Fe}} = 11{,}5\,\Omega$$

Generatore corrente continua



Cond. nominali

$$\omega_{rn} = n_n \frac{2\pi}{60} = 314{,}1\,\frac{rad}{s}$$

$$I_n = \frac{P_n}{V_n} = 66{,}7\,A$$

$$E_n = V_n + R_a I_n = 304{,}7\,V$$

$$E_n = k I_e \omega_{rn} \longrightarrow k I_e = 0{,}97\,Wb \qquad I_e = I_{en}$$

$$M_{MS} = M_{GCC} = 3\frac{p}{\omega}\frac{R_r}{s}\frac{V_f^2}{\left(R_s+\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_d^2} \simeq 3\frac{p}{\omega}\frac{R_r}{s}\frac{V_f^2}{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2}$$

vicino alla velocità di sincronismo $\omega_r \simeq \frac{\omega}{p}$ $(s \simeq 0)$

$$M = 3\frac{p}{\omega}\frac{s}{R_r}V_f^2 = k I_e I_a = k I_e \frac{E}{R_L + R_a} =$$

$$= (k I_e)^2 \frac{\omega_r}{R_L + R_a}$$

$$s = \frac{\omega - p\omega_r}{\omega} \longrightarrow 3\frac{p}{\omega^2}\frac{(\omega - p\omega_r)}{R_r}V_f^2 = \frac{(kI_e)^2 \omega_r}{R_L + R_a}$$

$$\Longrightarrow \omega_r = 311{,}2\,\frac{rad}{s}, \quad s = 9{,}5\cdot 10^{-3}$$

$$I_r = \frac{V_f}{\sqrt{\left(R_s + \frac{R_r}{s}\right)^2 + X_d^2}} = 13{,}33\,A \qquad V_L = E\frac{R_L}{R_L+R_a} = k I_e \frac{\omega_r R_L}{R_L + R_a} =$$

$$= 299{,}77\,V$$

$$I_a = \frac{V_L}{R_L} = 29{,}97\,A$$

$$E = k I_e \omega_r = 301{,}86\,V$$

$$\eta_{TOT} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{V_L \cdot I_L}{P_m + 3(R_s+R_r)I_r^2 + P_{Fe_{MA}} + P_{e_{GCC}}} = 0{,}834$$

$E \cdot I_a$ $\qquad$ $V_e \cdot I_e$